

TEKNISK RAPPORT

SÄKERHETSFILOSOFI OCH PARTIALKOEFFICIENTER FÖR REPARERADE ELLER FÖRSTÄRKTA BYGGNADSKONSTRUKTIONER

Anders Carolin
Ola Enochsson

Björn Täljsten

Martin Nilsson
Claes Fahlson

Maj 2004



TEKNISK RAPPORT 2004:XX

TILLFÖRLITLIGHETSANALYS FÖR REPARERADE ELLER FÖRSTÄRKTA BYGGNADSKONSTRUKTIONER

Anders Carolin

Björn Täljsten

Martin Nilsson

Ola Enochsson

Claes Fahlson

Luleå Tekniska Universitet
Institutionen för Samhällsbyggnad
Avdelningen för Byggkonstruktion
"Innovativa material och konstruktioner"
971 87 LULEÅ

Förord

Föreliggande rapport har utförts på uppdrag av SBUF (Svenska Byggbranschens Utvecklingsfond). Arbetet är genomfört som en förstudie gällande brottrisen för förstärkta konstruktioner genom tillämpning av sannolikheteoretiska metoder. Speciellt har förstärkning av betongkonstruktioner med utanpåliggande pålimmade kompositmaterial studerats. Användning av sannolikheteoretiska metoder i dimensioneringssyfte av nya konstruktioner och för kartläggning av befintliga konstruktioner är relativt vanligt förekommande. Tillämpningar av sannolikheteori på förstärkta konstruktioner är dock sparsamt rapporterade i litteraturen.

Huvuddelen av rapporten har sammanställts av Anders Carolin, Luleå tekniska universitet och Björn Täljsten, Skanska Teknik AB samt Luleå tekniska universitet., båda tillhörande forskningsgruppen Innovativa Material och Konstruktioner. Martin Nilsson har bidragit till avsnittet gällande säkerhetsfilosofi och partialkoefficienter (kapitel 2). Ola Enochsson har bidragit med avsnittet gällande Bro över Luossajokk (kapitel 4). Synpunkter på utkast till rapporten har lämnats av Claes Fahlesson.

SICOMP AB, Greger Nilsson och Magnus Svanberg, har på uppdrag av Luleå tekniska universitet, undersökt materialvariationen för ett utvalt kolfiberkompositlaminat.

Författarna vill passa på att tacka SBUF för finansiellt stöd, utan vilket denna studie ej hade varit möjlig.

Luleå i maj 2004.

Anders Carolin
Claes Fahlesson

Björn Täljsten
Ola Enochsson

Martin Nilsson

Sammanfattning

I följande rapport visas på möjligheterna med att använda tillförlitlighetsanalys på byggnadskonstruktioner som förstärks. I det stora fokuseras på betongkonstruktioner och särskilt diskuteras förstärkning av betongkonstruktioner med hjälp av utanpåliggande kolfiberkompositmaterial. Rapporten är uppdelad i 8 kapitel. Där det första kapitlet ger inledning och bakgrund till ämnesområdet. I detta kapitel ges även syfte och begränsningar.

Kapitel 2 beskriver ingående teorin bakom säkerhetsfilosofi samt diskuterar användningen av partialkoefficienter. Vidare visar kapitel 3 på innebörden av bärförmåga, R , och lasteffekt, S . I kapitel 4 tillämpas tillförlitlighetsanalysen på en järnvägsbro, dvs man använder tillförlitlighetsanalysen för att uppskatta bärförmåga och lasteffekt på en verklig konstruktion. I kapitel 5 lyfts tillförlitlighetsanalysen av förstärkta konstruktioner upp. Här hänvisas till några tidigare undersökningar som gjorts inom forskningsområdet. I kapitel 6 tillämpas tillförlitlighetsbegreppet på en balk som förstärks. Undersökningen är begränsad i sin natur, men visar tydligt på effekten av att använda mer nyanserad tillförlitlighetsanalys när det gäller förstärkning av konstruktioner. I kapitel 7 diskuteras den genomförda studien och slutligen ges i kapitel 8 förslag på fortsatt arbete inom området. I tillägg har ett mindre laboratorieförsök genomförts avseende spridningen av materialdata för ett studerat kolfiberlaminat, resultatet av detta presenteras i Appendix A.

Sammanfattningsvis visar den genomförda förstudien att tillförlitlighetsanalys i generella termer kan vara mycket användbart när det gäller att studera bärförmågan samt vilken konsekvens detta har för den befintliga konstruktionen, speciellt tydligt blir detta när det kopplas till verkliga objekt. Utöver detta visar studien på möjligheter att på ett mer nyanserat sätt förstärka konstruktioner där tillförlitlighetsanalys är ett viktigt verktyg.

Studien visar också på behov av fortsatt forskning, speciellt tydligt är detta när det gäller vilka värden samt vilka partialkoefficienter man ska välja för de nya materialen som börjar användas, dvs. för kompositmaterial. Här är det svårt att finna en entydig bild. I tillägg till detta behöver en nyanserad studie göras gällande de beräkningsmodeller som används i samband med förstärkning och även avseende på de brottmoder som kan uppstå.

Innehåll

FÖRORD	I	
SAMMANFATTNING	III	
INNEHÅLL	V	
1	INLEDNING	1
1.1	Bakgrund	1
1.2	Historisk tillbakablick	1
1.3	Behov av reparation och förstärkning	3
1.4	Förstärkning av konstruktioner	4
1.5	Syfte	4
1.6	Metodik	5
1.7	Avgränsningar	5
2	SÄKERHETSFILOSOFI OCH PARTIALKOEFFICIENTER	7
2.1	Säkerhetsfilosofi	7
2.1.1	Allmänt	7
2.1.2	Säkerhetsklass och säkerhetsindex	9
2.2	Principer för sannolikheteoretisk metod	11
2.2.1	Allmänt	11
2.2.2	En sannolikheteoretisk metod	11
2.3	Bayesk sannolikhhet	16
2.4	Partialkoefficienter	16

3	INNEBÖRDEN AV R OCH S	17
3.1	Generellt problem	17
3.1.1	Variabler från naturen	19
3.1.2	Variabler beroende på konstruktionen	19
3.1.3	Nyttjandevariabler	19
3.2	Lasteffektparameter, S	19
3.3	Motståndsparameter, R	19
3.4	Kommentarer	19
4	TILLFÖRLITLIGHETSANALYS AV EN JÄRNVÄGSBRO	21
4.1	Inledning	21
4.2	Materialdata	22
4.2.1	Betong	22
4.2.2	Armering	23
4.3	Laster	23
4.4	Bärförmåga i brottstadiet	23
4.5	Lasteffekt	25
4.6	Permanent laster	26
4.6.1	Egentyngd och ballast	26
4.7	Variabla laster	26
4.7.1	Tåglast	26
4.7.2	Broms- och accelerationslast	26
4.7.3	Temperaturlast	28
4.8	Lastkombinationer	29
4.9	Säkerhetsindexmetod	30
4.10	Resulterande säkerhetsindex	31
4.11	Diskussion och slutsatser	33
5	TILLFÖRLITLIGHETSANALYS AV FÖRSTÄRKTA KONSTRUKTIONER	35
5.1	Inledning	35
5.2	Tidigare erfarenheter	35
5.3	Kommentarer	36

6	BROTTRISKEN FÖR FÖRSTÄRKTA KONSTRUKTIONER	37
6.1	Allmänt	37
6.1.1	Lasteffekt	37
6.1.2	Bärförmåga	37
6.1.3	Brottrisk	38
6.2	Partialkoefficienter för konstruktion utsatt för böjande belastning	39
6.2.1	Befintlig” konstruktion	39
6.2.2	Förstärkt konstruktion	40
6.2.3	Brottriskbedömning av förstärkt konstruktion	41
6.3	Kommentarer	44
7	DISKUSSION OCH SLUTSATSER	45
8	FÖRSLAG PÅ FORTSATT ARBETE	46
	REFERENSER	47
	APPENDIX A: MATERIALDATA FÖR KOLFIBERKOMPOSIT	54
	Material	54
	Provkroppspreparering	54
	Belastning	55
	Resultat	55
	Identifiering av utliggare	58
	Analys av E-modul	60
	Analys av draghållfastheten	61
	Uteliggare (prov 9) bortplockat	61
	Analys av brottöjningen	62
	Utvärdering, diskussion och sammanfattning	63

1 Inledning

1.1 Bakgrund

Sannolikhetsteoretiska metoder kan appliceras i samband med dimensionering av nya konstruktioner och i utvärdering av bärförmåga av befintliga. De flesta av dagens normer för dimensionering är baserade på probabilistiska modeller gällande laster och bärförmåga. I allmänhet innebär användandet av sannolikhetsbaserade metoder ett effektivt dimensioneringssätt och de medför också att det kan vara enklare att uppnå något av följande mål:

- För en given kostnad, en mer tillförlitlig konstruktion
- För en given tillförlitlighet, en mer ekonomisk dimensionering av konstruktionen

Tillförlitligheten för en konstruktion kan anses vara ett rationellt bedömningskriterium. Det ger en god grund för beslut angående reparationer, uppgraderingar eller utbyte. En konstruktion kan anses vara utdömd när nominella värdet på lasten överstiger bärförmågans nominella värde. I de flesta fall består dock en konstruktion av flera komponenter, och brott i en komponent medför inte nödvändigtvis brott för hela konstruktionen. När en komponent närmar sig brottgränsen, kan den i vissa fall motstå brott medan lasten distribueras över till andra närliggande delar. En tillförlitlighetsanalys av systemet ger oss en metodik att skapa ett förhållande mellan tillförlitligheten mellan ett element och tillförlitligheten hos hela systemet. Detta angreppssätt kan vara särskilt användbart i samband med uppgradering, då närmast förstärkning, av befintliga konstruktioner. Sannolikheten att brott skall uppstå i både den ursprungliga konstruktionen och de komponenter som förstärker den är sammantaget mindre än att brott skall uppstå i var och en av dessa komponenter.

1.2 Historisk tillbakablick

Flera av de aktuella synsätt som används för att uppnå brottsäkerhet i byggnadskonstruktioner har utvecklats över många århundraden. Även äldre kulturer bemödade sig med att försöka skydda sina undersåtars intressen genom olika typer av regleringar. En typisk säkerhetsföreskrift kunde gälla byggmästare där deras konstruktioner inte uppfyllde uppställda krav. Den tidigast kända använda byggnadsförordningen är från Mesopotamien.

Den var utfärdad av Hamurabi, kungen av Babylonien, som dog ca 1750 f.kr. Förordningen var uthuggen i sten (Denna sten finns Louvren i Paris). Förordningen gick ut på att byggmästaren skulle garantera funktion och plikta för de eventuella olyckor som inträffade; *"Om en byggnad faller ner och ägaren dör, skall byggmästaren dödas, om ägarens son dör, skall byggmästarens son dödas etc."*

I Sverige fanns tidigt regler i landskapslagarna och i byggningsbalken. På 1900-talet infördes begreppet tillåtna spänningar i de tidiga statliga normerna. Dessa reglerade säkerhetsfaktorer och eventuella skadeståndsanspråk vid bristande bärförmåga på ett mindre drastiskt sätt.

Allteftersom tiden gick, blev naturlagarna mer kända, matematiska teorier gällande material och konstruktioners beteende utvecklades, vilket då sörjde för en större förståndsmässig förståelse för dimensioneringens tillvägagångssätt. Detta medförde också den nödvändiga stommen på vilket probabilistiska metoder kunde tillämpas för att kvantifiera konstruktioners säkerhet och tillförlitlighet.

Sannolikhets teori började användas för säkerhetsbedömningar av byggnadsverk under 1900-talet. Jörg Schneider (1997), som skrivit en lättfattlig introduktion i ämnet, nämner epokgörande insatser av t.ex. Max Mayer (1926), Alfred M Freudenthal (1947) och Allin Cornell (1969). Läroböcker har bl.a. skrivits av Palle Thoft Christensen och Michale J Baker (1982), H O Madsen, Sten Krenk och Niels Lind (1986), Ove Ditlevsen och H O Madsen (1996) och Robert E. Melchers (1999). Ett antal internationella ingenjörsorganisationer startade 1971 "Joint Committee on Structural Safety", JCSS (2002), som publicerat ett flertal dokument bl.a. Diamantides (2001) och en preliminär norm, JCSS PMC (2001). Grundbegrepp ges även i den nya Europannormen EN 1990:2002.

I Norden utarbetade man tidigt riktlinjer för sannolikhetsbaserad säkerhetsbedömning av bärande konstruktioner NKB78 (1978) och NKB87 (1987). I Sverige har insatser gjorts vid LTH av t.ex. Lars Östlund (1997, 2001), Tryggve Degerman (1981) och Joakim Jeppsson (2000, 2003). Vid LTU har insatser gjorts av till exempel Krister Cederwall och Kerstin Vänman (1982), Bernt Johansson (1989), Claes Fahleson (1995) och av Martin Nilsson et al. (1999, 2000). Lastvariationer på broar studeras på KTH, se till exempel Raid Karoumi (1988), Gerard James (2001), Abraham Getachew (2001) och Östlund-Sundquist (2001). Den internationella utvecklingen speglas bland annat av aktuella konferenser, se till exempel IABSE (2001).

I Banverkets och Vägverkets regler för bärighetsbestämning av befintliga konstruktioner finns numer möjlighet att använda sannolikheteoretiska metoder så som säkerhetsindexmetod för att bedöma säkerheten, BV Bärighet (1996, 2000), VV Klassningsberäkning (1998). Ökning av axellast på järnvägsbroar av stål behandlas av Paulsson et al. (1998).

Metoder för mätningar och exempel på mätresultat behandlas bl.a. i Armer (2001), Carolin (2001), Thun et al. (1999, 2001) och Utsi et al. (2001).

1.3 Behov av reparation och förstärkning

Samhället runt omkring oss är i ständig förändring och så också kraven på befintliga konstruktioner. Transporterna blir allt tyngre och dessutom har trafikmängden väsentligen ökat under de senaste årtiondena. Denna utveckling är sannolikt bestående. I tillägg har också fordonens hastighet ökat vilket i sin tur leder till högre dynamiska effekter på broar. Det är inte endast vikt och hastighet som kan ha betydelse om en konstruktion skall behöva uppgraderas, konstruktioner kan också skadas genom olyckor i samband med t ex kollisioner. Konstruktionen kan också vara undermålig på grund av misstag i projekterings- eller vid produktionsskedet. Därutöver kan brukaren ställa upp nya krav vilket medför att ombyggnad är nödvändig, t ex håltagningar i bjälklag. Dessa orsaker sammantaget ger att det finns ett stort behov av uppgradering av konstruktioner, inte bara i Sverige utan även i övriga världen. I varje enskilt fall bör man avgöra om det är mest lönsamt att förstärka eller byta ut konstruktionen.

Kunskapen om nya och befintliga konstruktioners verkningssätt har visserligen ökat och i vissa fall lett till betydligt bättre kännedom om komplexa konstruktioner, vilket i sin tur även lett fram till bättre beräkningsunderlag. Härtill bör även nämnas möjligheterna med "nya" mer avancerade beräkningsverktyg, t ex numeriska analyser. Dessa analysverktyg är också tillämpbara i samband reparation och förstärkning, åtminstone till en viss del. En viktig detalj att ta hänsyn till, om man väl bestämmer sig för att reparera eller förstärka en befintlig konstruktion, är att noggrant analysera den ursprungliga konstruktionens förutsättningar för en åtgärd. I det fall en inledande undersökning visar att konstruktionen utgör ett gränsfall att inte klara nya förutsättningar bör en mer detaljerad analys utföras. Detta görs lämpligen med en sannolikhetsbaserad metodik, vilken då innebär att inte bara befintliga laster och materialdata värderas i utvärderingen utan även att detta görs på de beräknings samband som ligger till grund för dimensioneringen. Visar denna utvärdering fortfarande på behov av förstärkning, ja då vidtar förstärkningsprojekteringen.

Det normala förfarandet vid en sådan projektering är att man kalkylerar det underskott i bärförmåga som konstruktionen har och att detta därefter leder fram till en vald förstärkningsåtgärd. Det är dock ovanligt att även förstärkningen följer ett sannolikhetsbaserat synsätt.

1.4 Förstärkning av konstruktioner

Med hänsyn till bl a kostnader och miljö är det inte alltid möjligt att byta ut en befintlig konstruktion och ett sätt att "förstärka" konstruktionen kan då vara att använda sig av förfinade beräkningsmodeller eller sk sk administrativ uppgradering. Visar det sig att man ändå behöver utföra en förstärkning finns det många olika metoder att tillgå. I denna rapport fokuserar vi främst på betongkonstruktioner. Här brukar man välja mellan följande olika åtgärder i samband med förstärkning:

- Pågjutning med ny armering
- Sprutbetong med ny armering eller stålfiber
- Utanpåliggande stålkablar i form av efterspänning
- Avväxling av befintlig konstruktion

Dessa metoder fungerar bra i många fall men har också visat sig ha nackdelar som gör att de inte alltid är lämpliga med hänsyn till bl a beständighet, ekonomi eller verkningssätt. När det gäller förstärkning av betongkonstruktioner har under de senaste tio åren blivit allt vanligare att använda en metod med utanpåliggande kolfiberkomposit. Metoden innebär att ett kompositmaterial, vanligen med kolfiberarmering, limmas mot en konstruktions yta för att på så sätt tjäna som en extra armering. I likhet med de mer traditionella förstärkningsmetoderna har även denna metod fördelar och nackdelar (Täljsten, 2003), men är i de flesta fall förstärkning kommer i fråga en stark kandidat till att lösa det aktuella förstärkningsproblemet. I denna rapport har valts att studera vad som händer med säkerheten mot brott för en betongkonstruktion då den förstärks med utanpåliggande kolfiber.

1.5 Syfte

Ett syfte med följande rapport är att kartlägga befintlig kunskap gällande möjligheten att använda tillförlitlighetsteori i samband med förstärkning av befintliga konstruktioner.

En deluppgift i detta projekt, som växte fram under arbetets gång, är dimensionering av en betongbalk som förstärkts med utanpåliggande kolfiberkomposit för att uppta ökad momentbelastning, se kapitel 6. Dimensioneringen har utförts med tillförlitlighetsteori.

Huvudsyftet med studien är dock att den skall leda fram till förslag på fortsatt arbete och hur det beskrivna angreppssättet för att förstärka betongkonstruktioner baserade på tillförlitlighetsanalys skall kunna vidareutvecklas.

1.6 Metodik

Metodikerna för den genomförda studien är följande:

- Litteraturstudie genom insamling av befintlig litteratur
- Pilotförsök gällande materialdata för kolfiberkomposit
- Dimensionering av förstärkning gällande betongbalk
- Sammanställning av material och rapportskrivning
- Förslag till fortsatt arbete inom området

För den teoretiska utvärderingen gällande den sannolikheteoretiska analysen har mjukvaran VaP (1999) använts.

1.7 Avgränsningar

Forskningsområdet är stort, bara att sätta sig in i en del av den befintliga litteraturen kräver omfattande arbete. Här har begränsningen varit tillgången på tid och resurser. Vi har också i detta skede valt att endast presentera förstärkningsdimensionering för böjning därutöver har studien endast i begränsad utsträckning omfattat spridning av materialparameterar.

2 Säkerhetsfilosofi och partialkoefficienter

2.1 Säkerhetsfilosofi

2.1.1 Allmänt

En konstruktion eller ett konstruktionselement skall dimensioneras så att det finns en på förhand bestämd sannolikhet att inte något av de relevanta gränstillstånden överskrids.

Säkerhet mot brott i en konstruktion kan uppskattas med en motståndsparemeter, R^1 (bärförmåga), och en lasteffektsparemeter, S^1 .

Beroende på de två parametrarnas inbördes storlekar gäller att

$$\begin{aligned} R \geq S &\Rightarrow \text{ej brott} \\ R < S &\Rightarrow \text{brott} \end{aligned} \tag{2.1}$$

Kravet på en bärande konstruktion, svarande mot ett givet gränstillstånd, kan anses uppfyllt, när det påvisas att beräkningsmodellen, $G(\cdot)$, uppfyller följande krav

$$G(\psi_i, F_{id}, f_d, l_d) \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{2.2}$$

där

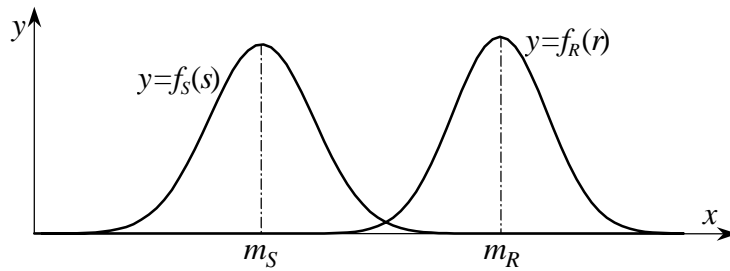
- n är antalet laster,
- ψ_i är en faktor, som tar hänsyn till en lasts variation i tiden, och som används i samband med kombinerings av variabla laster,
- F_{id} dimensionerande lastvärde,
- f_d dimensionerande hållfasthetsvärde,
- l_d dimensionerande geometrisk parameter.

Gränstillståndet kan i många fall uttryckas med bärförmågan, R , och lasteffekten, S , som

¹ R och S används allmänt internationellt för att uttrycka bärförmåga och lasteffekt. De kommer från de franska orden "résistance" och "solicitation".

$$G(\cdot) = R_d - S_d = 0 \quad (2.3)$$

De två parametrarna kan betraktas som två stokastiska (slumpmässiga) variabler med givna frekvensfunktioner, $f_R(r)$ och $f_S(s)$, se Figur 2.1



Figur 2.1 Frekvensfunktionerna för lasteffekten, $f_S(s)$, och bärförmågan, $f_R(r)$.

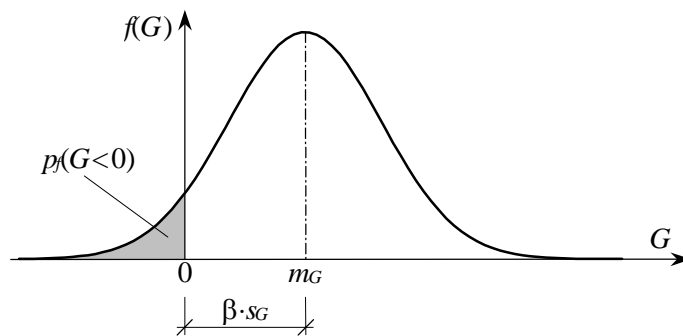
Medelvärdena betecknas m_R och m_S , och standardavvikelserna s_R och s_S . Under förutsättningen att R och S är stokastiska, gäller det även för beräkningsmodellen, $G(\cdot)$, att dess medelvärde

$$m_G = m_R - m_S \quad (2.4)$$

och dess standardavvikelse

$$s_G = \sqrt{s_R^2 + s_S^2} \quad (2.5)$$

är stokastiska. Frekvensfunktionen för G , $f(G)$, blir, se Figur 2.2.



Figur 2.2 Frekvensfunktionen för Θ , $f(\Theta)$.

β i Figur 2.2 är det så kallade säkerhetsindex som beskrivs nedan.

2.1.2 Säkerhetsklass och säkerhetsindex

Säkerhetsklass

Enligt BKR94 (1994) 2:115 gäller med hänsyn till omfattningen av de personskador som kan befaras uppkomma vid brott i en byggnadsdel att denna skall hänföras till någon av följande säkerhetsklasser:

- säkerhetsklass 1 (låg), liten risk för allvarliga personskador,
- säkerhetsklass 2 (normal), någon risk för allvarliga personskador,
- säkerhetsklass 3 (hög), stor risk för allvarliga personskador.

Säkerhetsindex, β

Hur mycket större bärförmågan, R , skall vara än lasteffekten, S , specificeras i byggnormer i olika säkerhetsklasser genom angivna värden på det så kallade säkerhetsindexet, β .

β kan definieras genom en formell brottsannolikhet, p_f , som

$$\beta = -\Phi^{-1}(p_f) \quad (2.6)$$

där $\Phi^{-1}(\cdot)$ betecknar den inversa funktionen av den standardiserade normalfördelningen

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \quad (2.7)$$

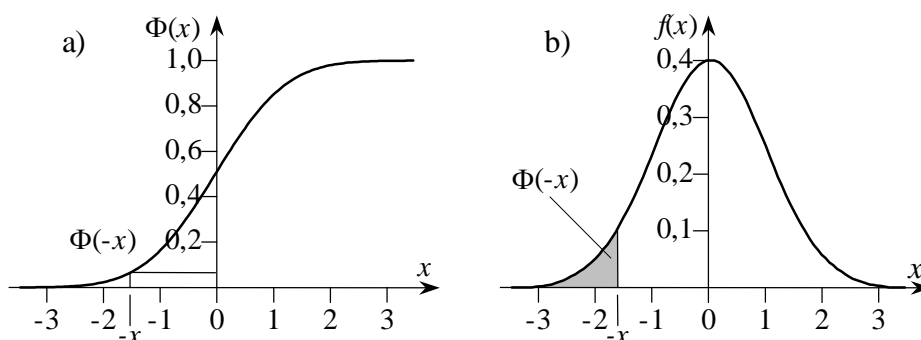
med frekvensfunktionen, se Figur 2.3,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \quad \text{för} \quad -\infty < x < \infty \quad (2.8)$$

Sannolikheten för brott, $p_f [G = R - S \leq 0]$, är lika med arean för den streckade ytan i Figur 2.2, där avståndet (med standardavvikelsen som enhet) från medelvärdet m_G till brottgränsen ($G = 0$) skrivs som $\beta \cdot s_G$. Koefficienten β benämns säkerhetsindex och definieras av

$$\beta = \frac{m_G}{s_G} = \frac{m_R - m_S}{\sqrt{s_R^2 + s_S^2}} \quad (2.9)$$

Under antagandet att R och S är normalfördelade, är även G normalfördelad.



Figur 2.3. (a) Fördelningsfunktionen $\Phi(x)$ och (b) dess frekvensfunktion $f(x)$ för den standardiserade normalfördelningen. Ytan under kurvan $f(x)$ är 1.

Brotts sannolikheten fås som

$$p_f [G \leq 0] = \Phi\left(\frac{0 - m_G}{s_G}\right) = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) \quad (2.10)$$

Φ är fördelningsfunktionen för den standardiserade normalfördelningen. Ur (2.10) ses att (2.6) ovan gäller och att säkerhetsindexet kan bestämmas ur

$$\Phi(\beta) = 1 - p_f (G = 0) \quad (2.11)$$

vilket ger följande säkerhetsindex motsvarande olika brotts sannolikheter, Tabell 2.1.

Tabell 2.1 Samband mellan säkerhetsindex, β , och brotts sannolikheten, p_f .

β	1,28	1,64	2,33	3,09	3,72	4,26	4,75	5,20	5,61
p_f	10^{-1}	$5 \cdot 10^{-2}$	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}

Säkerhetsindex kopplas till säkerhetsklass enligt följande. Om sannolikheten för personskada är låg, säkerhetsklass 1, motsvarar det en brotts sannolikhet av $p_f = 10^{-4}$ och $\beta = 3,72$. På samma sätt gäller för säkerhetsklasserna 2 och 3, se Tabell 2.2.

Tabell 2.2 Kopplingen mellan säkerhetsindex, β , brotts sannolikhet, p_f , och säkerhetsklass.

Säkerhetsindex, β	3,72	4,26	4,75
Brotts sannolikhet, p_f	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
Säkerhetsklass	1	2	3

Kraven på β , som sätts i relation till det betraktade gränstillståndet, skall baseras på att β beräknas på årsbasis. Detta innebär, i säkerhetsklass 3 med $p_f = 10^6$, att av en miljon lika dana konstruktioner kommer sannolikt en per år att nå upp till brottstadiet.

2.2 Principer för sannolikheteoretisk metod

Detta avsnitt är i huvudsak en avskrift av delar i AK79/81 (1982), Avsnitt 5.7: Principer för en sannolikheteoretisk metod och för partialkoefficientmetoden.

2.2.1 Allmänt

Det följande avsnittet innehåller i förenklad form den teoretiska bakgrunden till den tidigare omnämnda sannolikheteoretiska metoden.

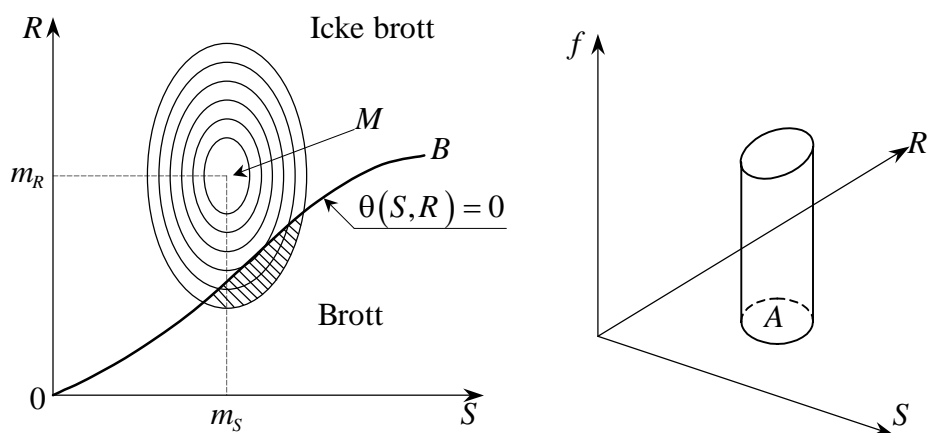
Den här beskrivna metoden kan anses ha en från sannolikhets synpunkt mera logisk uppbyggnad än de flesta andra metoder. Detta behöver emellertid inte betyda att den ger riktigare resultat än andra metoder. Den betraktas för närvarande allmänt som mera komplicerad än t.ex. partialkoefficientmetoden. Det är dock möjligt att den, om den i en framtid har utvecklats mera, kommer att betraktas som enklare än övriga metoder just på grund av att den är mer logisk, konsekvent och renodlad. Dessa egenskaper kan redan idag medföra att den är den lämpligaste metoden för vissa typer av dimensioneringsproblem. Man bör också observera att den som dimensioneringsmetod skall betraktas som en metod, ställd vid sidan av och likvärdig med t.ex. partialkoefficientmetoden, där valet mellan dem är en lämplighetsfråga. Det finns således ingen anledning att ställa större krav på det dataunderlag man använder vid tillämpning av en sannolikheteoretisk metod än vad man ställer på det underlag som används vid t.ex. partialkoefficientmetoden.

2.2.2 En sannolikheteoretisk metod

För enkelhets skull antas att problemet innehåller endast följande två variabler

- lasteffekten S som här antas vara normalfördelad och ha medelvärdet m_S och standardavvikelsen s_S .
- bärförmågan R som antas vara logaritmiskt normalfördelad och ha medelvärdet m_R och variationskoefficienten V_R .

Den statistiska frekvensfunktionen f_{SR} för variablerna S och R kan i ett koordinatsystem S, R , f åskådliggöras genom en yta i rummet som i SR -planet beskrivs genom nivålinjer som var och en anger ett konstant värde på f_{SR} enligt Figur 2.4(a). Den volym som finns under ytan och inom ett område A i SR -planet anger sannolikheten för att man skall få en kombination av S och R som faller inom detta område, se Figur 2.4(b). Den totala volymen under ytan är lika med 1.



Figur 2.4 (a) Frekvensfunktion f_{SR} och linjen $0 - B$ som representerar brottvillkoret. (b) Området A och motsvarande volym under ytan f_{SR} .

Om S och R är statistiskt sett oberoende, vilket antas här, kan f_{SR} delas upp så att

$$f_{SR} = f_S f_R \quad (2.12)$$

där

f_S är frekvensfunktionen för S enbart.

f_R är frekvensfunktionen för R enbart.

Villkoret för att brott inte skall inträffa skrives generellt

$$\Theta(S, R) \geq 0 \quad (2.13)$$

vilket samband kan åskådliggöras i SR -planet med en kurva $0 - B$ enligt Figur 2.4(a). För värdekombinationer för S och R som motsvarar en punkt på ena sidan om kurvan inträffar brott, och för kombinationer som motsvarar en punkt på andra sidan inträffar icke brott. Brottssannolikheten blir således den volym som finns under ytan för f_{SR} och som ligger på sidan "brott" om linjen $0 - B$, dvs. volymen som motsvarar den streckade ytan i Figur 2.4(a).

För beräkningen av brottssannolikheten görs en variabeltransformation så att

$$\frac{S}{s_S} = \xi \quad (2.14)$$

$$\frac{1}{V_R} \cdot \ln \frac{R}{R_0} = \eta \quad (2.15)$$

där R_0 är ett godtyckligt valt värde som gör R/R_0 dimensionslöst. Medelvärdena blir

$$m_\xi = \frac{m_S}{s_S} \quad (2.16)$$

$$m_\eta = \frac{1}{V_R} \left(\ln \frac{R}{R_0} \right)_m \approx \frac{1}{V_R} \ln \frac{R_m}{R_0} \quad (2.17)$$

Standardavvikelseerna blir

$$s_\xi = 1 \quad (2.18)$$

$$s_\eta = 1 \quad (2.19)$$

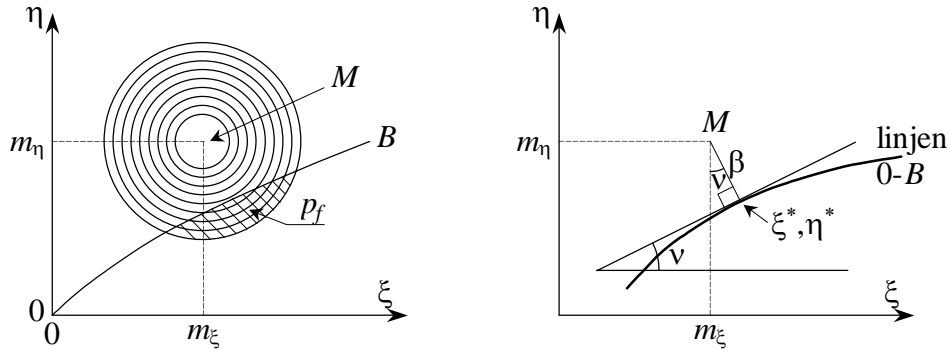
och både ξ och η blir normalfördelade.

I ξ, η -planet kan nu ytan $f_{\xi, \eta}$ åskådliggöras av nivålinjer som blir cirklar enligt Figur 2.5(a). Villkoret (2.13) kan skrivas som funktion av ξ och η

$$\Theta[S(\xi), R(\eta)] \geq 0 \quad (2.20)$$

som representeras av kurvan $O - B$ i Figur 2.5(a). Uttrycket (2.20) serieutvecklas i omgivningen av en tillsvidare obestämd punkt ξ^*, η^* som ligger på kurvan och som motsvarar $R = R^*$ och $S = S^*$. Se Figur 2.5(b).

$$\Theta[S(\xi), R(\eta)] = \Theta[S(\xi^*), R(\eta^*)] + \left(\frac{\partial \Theta}{\partial S} \frac{\partial S}{\partial \xi} \right)_{\xi=\xi^*} (\xi - \xi^*) + \left(\frac{\partial \Theta}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial \eta} \right)_{\eta=\eta^*} (\eta - \eta^*) + \dots \quad (2.21)$$



Figur 2.5 (a) Frekvensfunktion $f_{\xi,\eta}$ och linjen 0 - B som representerar brottvillkoret. (b) Detalj av figur (a).

Termer av högre grad än den första i $(\xi-\xi^*)$ och $(\eta-\eta^*)$ försummas normalt ("First Order Reliability Method" FORM), vilket medför att ekv (2.21) blir ekvationen för tangenten till kurvan 0 - B i punkten ξ^*, η^* (om även andraderivatans tas med fås en "Second Order Reliability Method", SORM). Tangenten har lutningen mot ξ -axeln

$$\tan \nu = -\frac{\kappa_S}{\kappa_R} \quad (2.22)$$

där

$$\kappa_R = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial \eta} \right)_{\eta=\eta^*} = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial R} \right)_{R=R^*} R^* V_R \quad (2.23)$$

$$\kappa_S = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial S} \frac{\partial S}{\partial \xi} \right)_{\xi=\xi^*} = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial S} \right)_{S=S^*} S_S \quad (2.24)$$

Punkten ξ^*, η^* väljes nu så att tangenten får kortast möjliga vinkelräta avstånd β till punkten M (Figur 2.5b)), vilket ger största möjliga värde på brottsannolikheten p_f . Eftersom frekvenskurvan i varje riktning beskriver en normalfördelning med standardavvikelsen = 1 blir

$$p_f = \Phi(-\beta) \quad (2.25)$$

där $\Phi(\cdot)$ är normalfördelningsfunktionen.

Ur Figur 2.5(b) erhålls (med hjälp av (2.12))

$$m_{\eta} - \eta^* = \beta \cos v = \beta \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 v}} = \beta \frac{\kappa_R}{\sqrt{\kappa_R^2 + \kappa_S^2}} = -\beta \alpha_R \quad (2.26)$$

$$\xi^* - m_{\xi} = \beta \sin v = \beta \frac{-1}{\sqrt{1 + \cot^2 v}} = -\beta \frac{\kappa_S}{\sqrt{\kappa_R^2 + \kappa_S^2}} = \beta \alpha_S \quad (2.27)$$

Här är α en känslighetsfaktor ($0 \leq \alpha \leq 1$) som uttrycker storlek och betydelse av osäkerheten hos respektive variabel R och S. Punkten ξ^* , η^* ligger på kurvan som beskrivs av $\Theta = 0$ och värdena ξ^* och η^* kan väljas som dimensioneringsvärden. Med återgång till variablerna S och R erhålles således dimensioneringsvärdena

$$S = \xi_{S_S} = m_{\xi_{S_S}} + \beta \alpha_S s_S = m_S + \beta \alpha_S s_S \quad (2.28)$$

$$R = R_0 e^{\eta_{V_R}} = R_0 e^{(m_{\eta} + \beta \alpha_R) V_R} = m_R e^{\beta \alpha_R V_R} \quad (2.29)$$

där

$$\alpha_S = -\frac{\kappa_S}{\sqrt{\kappa_S^2 + \kappa_R^2}}; \quad \alpha_R = -\frac{\kappa_R}{\sqrt{\kappa_S^2 + \kappa_R^2}} \quad (2.30)$$

$$\kappa_S = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial S} \right)_{S=S^*} s_S \quad (2.31)$$

$$\kappa_R = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial R} \right)_{R=R^*} R^* V_R \quad (2.32)$$

β definieras enligt tidigare av

$$p_f = \Phi(-\beta) \quad (2.33)$$

där p_f är formell acceptabel brottsannolikhet.

Dimensioneringsvillkoret blir

$$\Theta(S^*, R^*) = 0 \quad (2.34)$$

Ekvationerna (2.28) t.o.m. (2.34) är tillräckliga för att lösa dimensioneringsproblemet varvid förutsättes att β är given på förhand, att man känner m_S , s_S , V_R och funktionen Θ . m_R skall beräknas. Exempel på tillämpningar ges i t.ex. Östlund (1997) och Nilsson et al. (1999).

2.3 Bayesisk sannolikhet

Bayesisk sannolikhet, efter den engelske matematikern och prästen Thomas Bayes (1763), beskriver hur sannolikheten ändras när man får reda på att en annan händelse inträffat. Sannolikheten för samtliga utfall ändras med en faktor som är proportionell mot hur sannolik den observerade händelsen var vid de olika möjligheterna. Uttryckt i en matematisk formel anges den betingade sannolikheten för X_i givet A av

$$P(X_i / A) = \frac{P(A / X_i) \cdot P(X_i)}{\sum_j P(A / X_j) \cdot P(X_j)} \quad (2.35)$$

där X_j är alla olika möjligheter och A är den händelse som inträffat, se Lindley (1972) och Diamantides (2001). De grundläggande principerna för Bayesisk sannolikhet beskrivs t ex i läroböcker av Gunnar Blom (1989) och Lennart Råde och Mats Rudemo (1992).

2.4 Partialkoefficienter

Flera normer, exempelvis Svenska BKR94 (1994), baseras på sannolikhetsteori och använder sig av partialkoefficienter. Både bärförmågan och lasteffekten har partialkoefficienter. Som tidigare nämnts ger de sammanlagda partialkoefficeinterna beroende på säkerhetsklass, γ_n , en årlig brottrisk på 10^{-4} - 10^{-6} . När det gäller bärförmågan reduceras karakteristiska materialvärden till dimensionerande enligt Ekvation (2.36), och bärförmågan beräknas sedan utifrån dessa värden.

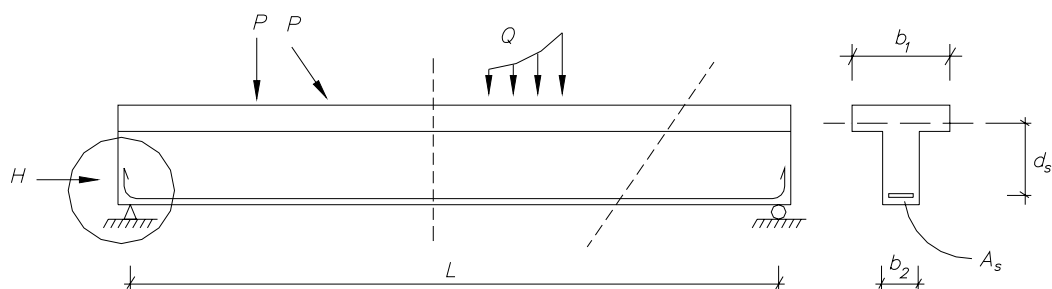
$$f_d = \frac{f_k}{\eta \gamma_m \gamma_n} \quad (2.36)$$

Partialkoefficienterna $\eta \gamma_m$, behöver inte, men behandlas ofta tillsammans. Värdet för dessa beror bland annat på hur det karakteristiska värdet för materialet är bestämt men tar också hänsyn till förväntat arbetsutförande, överensstämmelse mellan provningsmetod och verklig konstruktion samt en rad andra faktorer.

3 Innebörden av R och S

3.1 Generellt problem

Innan vi går vidare skall en övergripande förklaring gällande innebörden av R och S ges. R är som tidigare beskrivet en motståndsparmeter, dvs den beror i huvudsak av egenskaper hos konstruktionen såsom dimensioner och valda material samt de beräkningsmodeller som används. S är enkelt uttryckt den belastning som konstruktionen utsätts för. Studera figur 3.1. I denna figur visas en vanlig betongbalk upplagd på två stöd utsatt för lit olika laster och enkelarmerad.



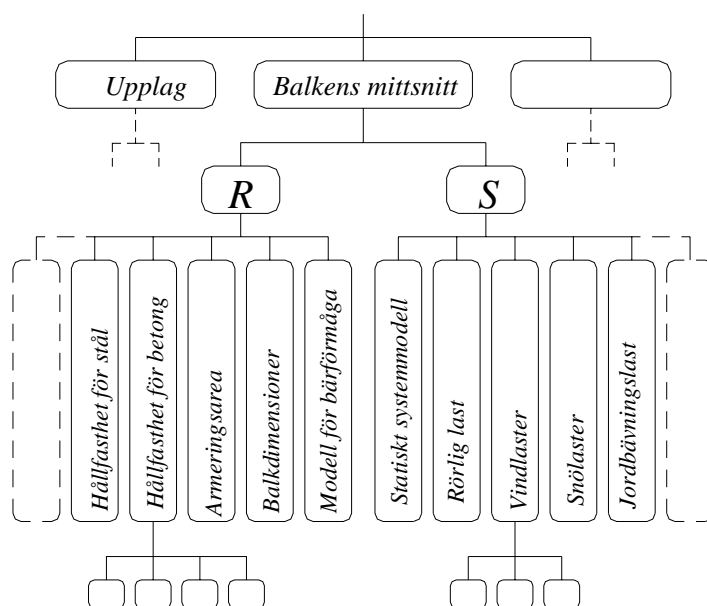
Figur 3.1 Belastad betongbalk

Konstruktionens säkerhet är i huvudsak relaterad till kritiska sektioner vid upplag, mot tvärkraftsbrott och med hänseende till böjande moment. Balken kan erhålla brott för var och en av dessa brottmoder. I tillägg är det också viktigt att man tar hänsyn till förankring av armeringen vid upplag.

För en betongbalk uppfylles i bruksgränstillståndet de krav man ställer på den om deformation och sprickvidder hålls inom bestämda gränser.

Beteendet för t ex mittnittet av balken, kan uppskattas genom att man jämför R och S . R och S beror självklart på en mängd olika parametrar, figur 3.2 visar några av dessa för mittnittet och balken i figur 3.1. För att man ska vara så säker som möjligt i sin dimensionering ska man ta reda på så mycket som möjligt om de parametrar som inverkar.

Många av dessa beror dock även i sin tur på andra. Betongens hållfasthet beror också på kvaliteten av ballasten och cementet samt vattencementtalet, hur gjutningen går till, omgivningens temperatur, härdningsprocessen etc. Denna detaljnivå kan då förstås bli väldigt komplex och omfattande. I de fall en konstruktion behöver förstärkas kommer då ytterligare parametrar in, dessa kan vara förstärkningsmaterial, påkänning i konstruktionen vid förstärkning, metoden för applicering etc.



Figur 3.2 Faktorer i R och S som påverkar dimensioneringsprocessen för betongbalkens mittsnitt i figur 3.1

Det förstås att man inte kan gå in i hur fin detaljnivå som helst, utan man måste stoppa upp någonstans. I många situationer är en jämförelse baserade ensamt på R och S inte tillräckligt noggrann, å andra sidan är en allt för detaljerad indelning i grundläggande variabler mer exakt men också mer komplicerad och ohanterlig. Att välja ut en optimal bas för utvärderingen är därför alltid en viktigt fråga.

En grundläggande regel är att analysen skall innehåll så få variabler som möjligt. En indelning i tre fundamentala variabler, Schneider, (1997):

- Variabler från naturen
- Variabler beroende på konstruktionen
- Nyttjandevariabler

3.1.1 Variabler från naturen

Variabler från naturen kan vara vind, is, snö, jordbävningar, temperatur etc. Dessa variabler kan klassificeras som stationära, tidsberoende stokastiska processer som nästa aldrig är kontrollerbara av människan. Faror från t ex brand och explosion orsakade av den mänskliga faktorn tillhör också denna kategori. När man bestämmer dimensioneringsvärden från dessa variabler accepterar man samtidigt en viss risknivå.

3.1.2 Variabler beroende på konstruktionen

Konstruktionens dimensioner och material som används planeras upp i projekteringskedet. Det är relativt enkelt att justera dimensioner och att byta ut materialet, åtminstone under projekteringen. Som regel, variabler beroende på konstruktionen varierar försumbart med tiden kan på det hela, om vi bortser från t ex korrosionsprocesser, anses som fastställda storheter. Förutsägelsen av dessa storheter kan dock vara exakt svårt att bestämma och hanteras därför som stokastiska.

3.1.3 Nyttjandeveriabler

Växlande belastningar, trafiklast, laster från t ex kranar etc. kan i vissa fall kontrolleras genom övervakning. Dom uppför sig normalt som tidsberoende stokastiska processer och behandlas normalt som variabler, men har i dimensioneringsprocessen oftast valts till en nivå som skall ligga på säker sida där man även försöker fånga upp osäkerheter.

3.2 Lasteffektsparemeter, S

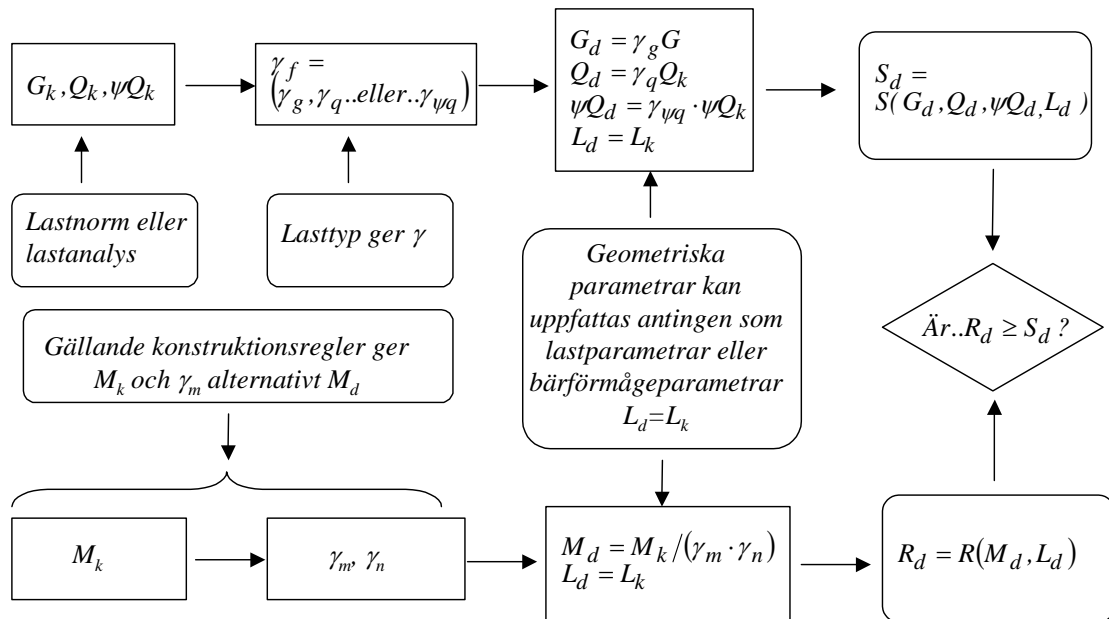
S-variabler påträffas normalt på lastsidan, laster, påkänningar, strömningar, nederbörd etc. För S-variabler är normalt värden över medelvärdet farliga.

3.3 Motståndsparemeter, R

R-variabler uppstår normalt på motståndssidan, dimensioner, hållfasthet, lagringsvolym, friktionskoefficienter, kohesion etc. För R-variabler är normalt värden under medelvärdet farliga.

3.4 Kommentarer

En tydlig gräns mellan R och S variabler är inte alltid möjligt. I exemplet gällande en stödmur inverkar jordtrycket både på aktiv och passiv sida. Inom ramen för tillförlitlighetsteorin är inte heller en strikt separation mellan R och S nödvändigt. I Figur 3.3 förklaras användningen av R och S schematiskt, där dessa parametrar också kopplas till partialkoefficienter, i kapitel 6 diskuteras partialkoefficientmetoden mer ingående, se också Björk, (1996).



Figur 3.3 Principschema för tillvägagångssätt vid dimensionering enligt partialkoefficientmetoden, efter Björk, (1996)

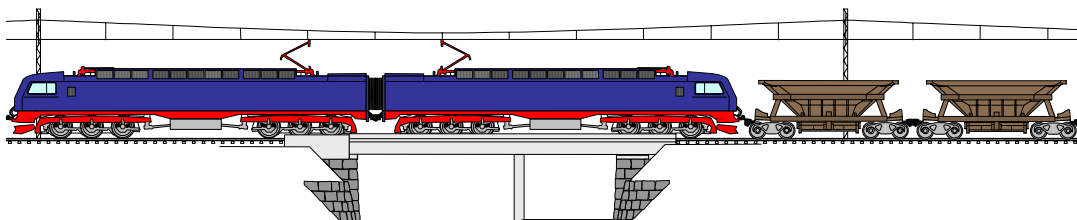
Vid bestämning av den dimensionerande bärförmågan genom beräkning används dimensioneringsvärde för aktuellt material. Dessa bestäms genom att de karaktäristiska materialvärdena divideras med partialkoefficienter, och för material kan detta bestämmas med ekvation (2.36).

I Enochsson mfl. (2003) exemplifieras tillförlitlighetsteorin på en järnvägsbro, se nästa kapitel. I denna rapport redovisas dock endast kortfattat en del av den omfattande studie som genomförts.

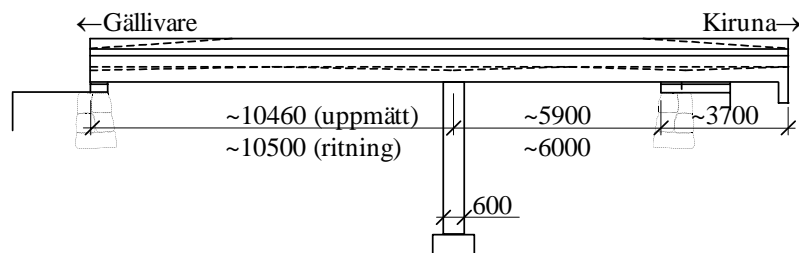
4 Tillförlitlighetsanalys av en järnvägsbro

4.1 Inledning

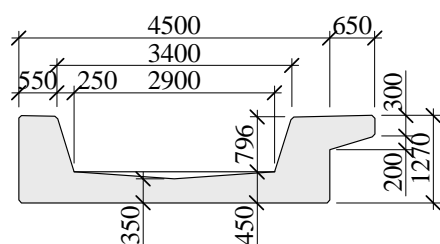
I samband med projektet "30 ton på Malmbanan", Paulson-Töyrä (1996), konstaterades att bron över Luossajokk i Kiruna inte var dimensionerad för de nya förhöjda lasterna. En klassningsberäkning genomfördes av Vägverket Konsult, Nordbotten (1996), och en utredning av förstärkningsbehov utfördes, J&W (2000). En översyn av brons bärförmåga utfördes på LTU, Björnfot et al (2001), och på basis härav utfördes töjningsmätningar vintern och sommaren 2001, Danielsson et al (2001). Töjningsmätningarna indikerar mycket små påkänningar i bron. Det ansågs därför vara angeläget att närmare utreda brons säkerhet att bära uppträdande laster. Detta skede med hjälp av en nyanserad säkerhetsberäkning med säkerhetsindexmetod och man föreslog även en fortsatt övervakning med automatiserade mätningar. Den aktuella bron över Luossajokk utgörs av en trägbro upplagd på tre stöd i två fack med en konsol i ena änden (mot Kiruna), se Figur 4.1 och Figur 4.2. Brons överbyggnad tillkom 1965 på landfästen i form av stenmurar från banans tillkomst på 1890-talet.



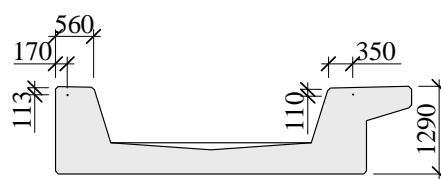
Figur 4.1 Illustration av aktuell bro i vy mot väster med tåg (med nya loket IORE) på väg från Kiruna (höger, norrifrån) mot Gällivare (vänster, söderut).



a) Elevation 1:200



b) Tvärsnitt 1:100, enl. ritn.



c) Tvärsnitt 1:100, enl. uppmätn.

Figur 4.2 Elevation a) av bro över Luossajokk och tvärsnitt b) mitt i korta spannet (enligt ritning) och enligt uppmätta värden c).

4.2 Materialdata

4.2.1 Betong

Vid översyn enligt Björnfot et al (2001) borrades åtta borrkärnor ut ur bronns gångbana. Sju av dessa användes för att kontrollera tryckhållfastheten. Följande karakteristiska hållfastvärden erhöles:

$$f_{ck} = 49,5 \text{ MPa motsvarar K70 enligt BBK94 (1995), avsnitt 2.4.1}$$

$$f_{ctk} = 2,10 \text{ MPa motsvarar K45 enligt BBK94 (1995), avsnitt 2.4.2}$$

I de beräkningar som redovisas i Björnfot et al (2001) användes följande dimensionerande värden:

$$f_{ad} = \frac{f_{ak}}{\eta\gamma_m\gamma_n} = \frac{49,5}{1,5 \cdot 1,2} = 27,5 \text{ MPa}$$

$$f_{ad} = \frac{f_{ak}}{\eta\gamma_m\gamma_n} = \frac{2,10}{1,5 \cdot 1,2} = 1,17 \text{ MPa}$$

4.2.2 Armering

I Enochsson et al (2002) har medelvärde på flytspänningen, $f_{ym} = 460$ MPa och standardavvikelsen $s = 30$ MPa använts enligt JSCC (2001) och Sandberg (2002).

4.3 Laster

De laster som uppträder på bron är främst

- Permanenta laster
 - Egentyngd och ballast
- Variabla laster
 - Tåglast
 - Jordtryck
 - Dynamisk inverkan av rörlig last
 - Broms- och accelerationslast
 - Överlast
 - Temperaturlast

För flera av dessa laster saknades mätningar och lastberäkningen baserades i dessa fall på de oftast konservativa antaganden som görs i BV Bärighet (2000).

4.4 Bärförmåga i brottstadiet

Bärförmågan vid dragpåkänningar i överkant anges i Tabell 4.1 dels beräknad med dimensionerande värden enligt Nordbotten (1996) och Björnfot et al (2001), dels beräknad enligt ett basfall med medelvärden enligt de uppmätta data som nu föreligger. Beräkningsmetodiken följer BBK 94 (1995) och BHB-K (1990).

Enligt JCSS PMC (2001) kan armeringsarean och armeringsflytspänningen antas vara normalfördelade. Vidare kan armeringsarean antas ha variationskoefficienten 0,02 och flytspänningen ha medelvärdet $m = S_{nom} + 2s$, med standardavvikelsen $s = 30$ MPa. De sistnämnda värdena överensstämmer med uppgifter som erhållits från Sandberg (2002). Som jämförelse kan nämnas att Degerman (1981) uppger $m = 473$ MPa och $s = 39,5$ MPa för Ks 40 samt $m = 455$ MPa och $s = 25,7$ MPa för Ks 40s.

Tabell 4.1 Beräkning av bärförmåga dels med dimensionerande värden enligt Nordbotten (1996) och Björnfot et al (2001), dels enligt ett basfall med medelvärden med aktuella data.

	Dim. värden		Basfall			
	No (96) ¹	Bj (01) ²	<i>m</i>	<i>s</i>	<i>V</i>	Fördeln. ⁴
A_s (armeringsarea), mm ²	5890,5	5890,5	5399,6 ³	107,9	0,02	N
f_{st} (arm.-flytspänning), MPa	283	282,6	460	30	0,065	N
b (balkbredd), mm	1400	1400	1400	0	-	D
h (balkhöjd), mm	1270	1270	1290 ³	0	-	D
c (täcksikt), mm	30	30	100 ³	0	-	D
$d = h - c - \emptyset / 2$ (eff. höjd), mm	1227,5	1227,5	1177,5	0	-	D
f_{cc} (betongtryckhållfasthet), MPa	17,1	27,5	62,37	5,32	0,085	LN
$\omega = (A_s f_{st}) / (f_{cc} b d)$ = (mek. arm.innehåll), -	0,0567	0,0352	0,0242	-	-	
$z = d(1 - \omega / 2)$ (inre hävram), mm	1192,7	1205,9	1163,3	-	-	
$R = A_s f_{st} z$, MNm	1,9882	2,0074	2,8894	-	-	

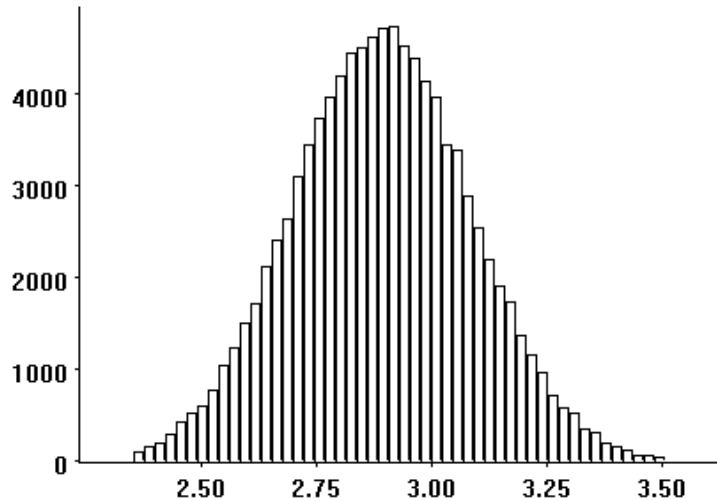
¹No (96) = Nordbotten (1996), ²Bj (01) = Björnfot et al (2001), ³11 Ø 25 samt uppmätta värden på balkhöjd och täcksikt, Danielsson et al (2002), ⁴N = Normalfördelning, D = Deterministisk, LN = Logaritmisk normalfördelning.

Betonghållfastheten kan enligt JCSS PMC (2001) normalt antas vara logaritmiskt normalfördelat med variationskoefficienten 0,06. Här används det högre värdet 0,085 som framkommit vid utvärderingen av utborrade cylindrar, Björnfot et al. (2001).

Bärförmågan kan enligt BHB-K (1990) och Tabell 4.1 tecknas som

$$R = A_s f_{st} d \left(1 - \frac{A_s f_{st}}{2 f_{cc} b d} \right) \quad (4.1)$$

Med angivna medelvärden och standardavvikelser på ingående variabler kan bärförmågan beräknas med datorprogrammet Variables Processor, VaP (1999), utvecklat av Jörg Schneider (1997) och Markus Petschacher (1993). Härvid erhålls vid en Monte Carlo-simulering av bärförmågan efter 100 000 körningar medelvärdet $m_R = 2889$ kNm med standardavvikelsen $s_R = 194,9$ kNm, variationskoefficienten $V_R = s_R / m_R = 0,0675$, skevheten skew = 0,027 (Nmm)³ och kurtositeten (toppens buktighet) kurt = 3,01 (Nmm)⁴, se Figur 4.3.



Figur 4.3 Monte Carlo-simulering av bärförmågan R ger med 100 000 körningar medelvärdet $m = 2889$ kNm, standardavvikelsen $s = 194,9$ kNm, skevheten $skew = 0,027$ (Nmm)³, kurtositeten $kurt = 3,01$ (Nmm)⁴.

4.5 Lasteffekt

Enligt avsnitt 2.4 i Danielsson et al (2002) kan lasteffekten S skrivas som

$$S = \text{böjmoment} = M_g + M_b + M_v + M_q + M_d + M_{br} + M_t \quad (4.2)$$

där M_g är moment av egenvikt (kNm), M_b är moment av ballast (kNm), M_v är moment av vilojordtryck (kNm), M_q är moment av trafiklast (kNm), M_d är moment av dynamiskt tillskott (kNm), M_{br} är moment av bromslast (kNm) och M_t är moment av temperaturändring (kNm).

I studien har samtliga laster studerats men i det följande redovisas endast kort några av lasterna. Lasteffekterna är framräknade med Skanska IT Solutions program för tredimensionell ramberäkning, FEM-Design 3D-Frame version 4.03, vilket också visat på kritiska snitt samt värsta belastningsfall. Programmet beräknar lasteffekter enligt elasticitetsteori. Balkar och pelare modelleras med balkelement. Laster modelleras antingen som punkt- eller linjelaster. Både jämna och ojämna temperaturförändringar kan beaktas vid beräkningen. För definition av tvärsnitt och beräkning av dess tvärsnittsdata har FEM-Design, Section Editor, version 4.03 nyttjats.

4.6 Permanenta laster

4.6.1 Egentyngd och ballast

Egenvikten av bro- och pelarkonstruktionerna beräknas av programmet utifrån definierade tvärsnitt. Egenvikten av frontskärmen är dock beräknad för hand och anbringad som en punktlast om 19,44 kN vid broände mot Kiruna.

Ballast på bron har beräknats med en konstant del utgörandes av 51,66 kN/m, vilken skiljer sig från tidigare beräknad på 70,56 kN/m. Skillnaden beror på en mer korrekt beräkning än i Nordbotten (1996). Större hänsyn har tagits till plattans och balkarnas tvärsnittsvariation. Tillskott av ballast på grund av plattans tvärsnittsvariation utgörs av en varierande linjelast på 0 - 2,90 kN/m i brons båda ändar, se Figur 4.2c) och Bilaga C. Tillskott av ballast på grund av balkens tvärsnittsvariation (plattjocklek varierar p.g.a. vattenavrinning) utgörs av linjelasterna 0 - 8,39 kN/m på Gällivaresidan, och 0 - 8,52 kN/m på Kirunasidan.

4.7 Variabla laster

4.7.1 Tåglast

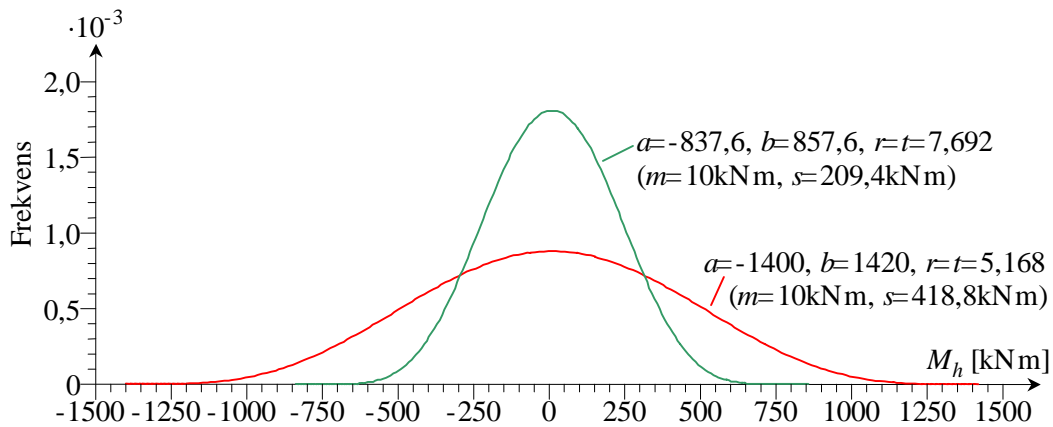
Totalt har 19 kombinationer av laster och statiska modeller studerats, två enligt Nordbotten (1996) och 17 nya, se Enochsson et al (2002).

4.7.2 Broms- och accelerationslast

Broms- och accelerationslaster kan modelleras enligt Fryba (1996), se även Enochsson et al (2002). För det aktuella fallet fås med $H = 303$ kN ett moment i mittnittet i det korta brospannet av horisontella broms/accelerationskrafter på 418,8 kNm. Detta kan t.ex. modelleras med en Beta-fördelning på olika sätt. För $a = -1400$ kNm, $b = 1420$ kNm och $r = t = 5,168$ fås $m = 10$ kNm, $s = 418,8$ kNm och en lång och bred fördelningsfunktion, Figur 4.4. För $a = -837,6$ kNm, $b = 857,6$ kNm och $r = t = 7,692$ fås istället $m = 10$ kNm, $s = 209,4$ kNm och en högre och smalare fördelningsfunktion, Figur 4.4.

Viljordtryck

Jordtryckstillskottet av överlasten är beräknade för olika djup räknade från underkant sliper till respektive gränsdjup ner längs balkliven, överkant platta och underkant platta vid både Gällivares och Kirunas broändar, samt även på ett djup nertill underkant frontskärm vid Kirunas broände. Totala kraften av tillskottet mot Gällivare broände uppgår till -0,16 kN, och mot Kirunas broände till -58,89 kN. Kraftens excentriska placering i förhållande till tyngdpunktsläget för respektive tvärsnitt uppgår till 0,336 m på Gällivaresidan och 0,395 m på Kirunasidan. Moment på grund av excentriciteten blir följaktligen -0,06 kNm på Gällivaresidan och -23,27 kNm på Kirunasidan.



Figur 4.4 Fördelningsfunktioner för lasteffekt av broms- alternativt accelerationskrafter för två olika val av parametrar till Beta-fördelningar. Den plattare fördelningen ger $s = 418,8 \text{ kNm}$ och den spetsigare ger $s = 209,4 \text{ kNm}$, vilket motsvarar hela respektive halva dimensioneringsvärdet enligt BV Bärighet (2000).

Aktivt jordtryck

Jordtrycket övergår till aktivt tillstånd vid rörelser av konstruktionen riktad från banvallen. Den totala kraften av det aktiva jordtrycket uppgår i så fall till $-0,10 \text{ kN}$ mot Gällivares broände, och till $-36,98 \text{ kN}$ mot Kirunas broände. Moment på grund av excentricitet uppgår till $-0,04 \text{ kNm}$ på Gällivaresidan och $-14,61 \text{ kNm}$ på Kirunasidan.

Passivt jordtryck

Konstruktionsrörelser mot banvallen orsakar ett mothållande jordtryck som är större än vilojordtrycket. Tillskottet av jordtrycksökningen beror av rörelsens storlek, δ i mm. Underskrider rörelsen $H/200$ uppgår jordtryckstillskottet till $-0,55\delta \text{ kN}$ mot Gällivares broände ($0 < \delta < 2,25 \text{ mm}$), och till $-85,31\delta \text{ kN}$ mot Kirunas broände ($0 < \delta < 5,25 \text{ mm}$). Momenttillskottet på grund av excentricitet uppgår i så fall till $-0,20\delta \text{ kNm}$ på Gällivaresidan och till $-33,71\delta \text{ kNm}$ på Kirunasidan. Överskrider rörelsen $H/200$ utvecklas fullt passivt jordtryck, vilket då uppgår till $-1,23 \text{ kN}$ mot Gällivares broände ($\delta > 2,25 \text{ mm}$), och till $-447,86 \text{ kN}$ mot Kirunas broände ($\delta > 5,25 \text{ mm}$). Momenttillskottet på grund av excentricitet uppgår till $-0,45 \text{ kNm}$ på Gällivaresidan och till $-176,97 \text{ kNm}$ på Kirunasidan. Krafter och moment orsakade av ett jordtryck större än vilojordtrycket kan verka kraftigt gynnsamt för aktuell lasteffekt dvs. som kraftigt minskar lasteffekten, och ska enligt BV Bärighet (2000) kombineras till lastfall med halva storleken.

4.7.3 Temperaturlast

Temperaturlast ska enligt BV Bärighet (2000) för en trågbro utgöras av en jämn temperaturändring beroende av lägsta och högsta dygnsmedelvärdena T_0^- och T_0^+ i förhållande till en medeltemperatur i konstruktionen T_{btg} , kombinerat med en ojämn temperaturändring från ena sidan av konstruktionen med $\pm\Delta T$. Dock godtas för broar dimensionerade enligt 1966 års trafikbestämmelser eller tidigare att ojämn temperatur inte medräknas. Här är båda beaktade i avsikt att belysa dess inverkan och statistiska fördelning.

Jämn temperaturändring

För brodelen på Kirunasidan erhålls längdförändringen p.g.a. temperaturen till

$$L_K \Delta T^+ \alpha = (6300 + 3400) \cdot 15 \cdot 10^{-5} = 1,46 \text{ mm}$$

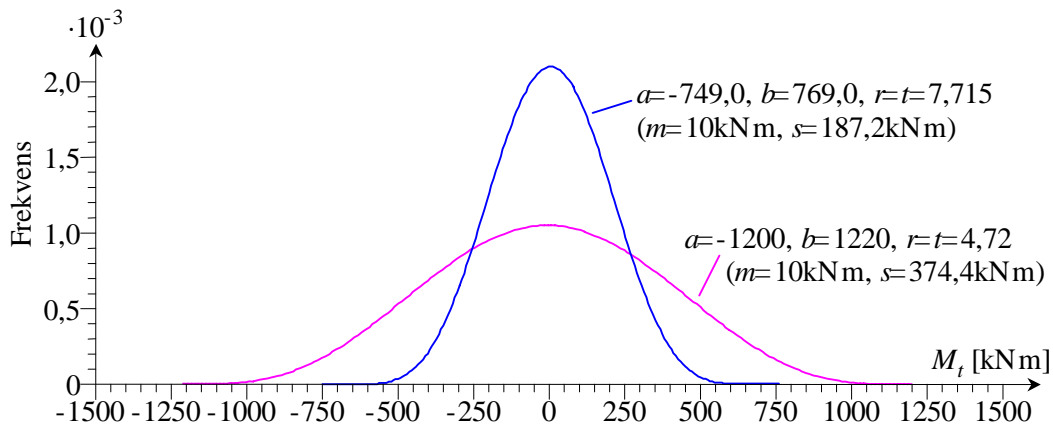
$$L_K \Delta T^- \alpha = (6300 + 3400) \cdot -37 \cdot 10^{-5} = -3,59 \text{ mm}$$

Jämn temperaturförändring i sig orsakar inget större moment i bron, men påverkar indirekt i och med hänsynstagande till konstruktionens rörelser (horisontella förskjutningar) mot banvallen och därmed utvecklad typ av jordtryck.

Ojämn temperaturändring

Ogynnsammaste ojämn temperaturändringen äger rum då broöversidan kyls ned med effekten att översidan vill dra ihop sig, vilket förhindras av ett mothållande moment vid mittpelaren. Momentet avtar sedan linjärt ut mot brostöden. Temperaturförändringen är beaktad i beräkningsprogrammet genom att sätta temperaturen i konstruktionens tyngdpunkt till 0°C . Temperaturen vid konstruktionens översida och undersida är därefter beräknad utifrån avstånd från tyngdpunkt till över- respektive undersida balk och en temperaturförändringen på $\Delta T = -5^\circ\text{C}$ från tvärsnittets undersida till översida. Tvångsmoment är en statistiskt obestämd storhet och den upphör i brottstadiet om balkarna spricker upp i överkant över mittstödet.

Lasteffekten av temperaturlasten har liksom broms- och accelerationskrafterna modellerats med hjälp av Beta-fördelningar. För t.ex. $a = -1200 \text{ kNm}$, $b = 1220 \text{ kNm}$ och $r = t = 4,72$ fås $m = 10 \text{ kNm}$ och $s = 374,4 \text{ kNm}$ och en lägre och bredare fördelningsfunktion, se Figur 4.5. För $a = -749,0 \text{ kNm}$, $b = 769,0 \text{ kNm}$ och $r = t = 7,715$ fås $m = 10 \text{ kNm}$ och $s = 187,2 \text{ kNm}$ och en högre och smalare fördelningsfunktion, Figur 4.5.



Figur 4.5 Fördelningsfunktioner för lasteffekt av temperaturlast. Den plattare fördelningen ger $s = 374,4$ kNm och den spetsigare $s = 187,2$ kNm vilket motsvarar hela respektive halva tvångstödmomentet i korta spannets mittnitt.

4.8 Lastkombinationer

Lasterna är kombinerade enligt BV Bärighet (2000), avsnitt 26.21 Tåglastens ogynnsammaste placering på bron erhöles från ett studium av olika möjliga lastfall. I första skedet analyserades vilka typer av tåglast (lok och vagnar, enbart lok eller enbart vagnar med eller utan eventuella tomma vagnar) och placering, som gav de största momenten i det korta spannets mittnitt.

Tåglast från en lokdel visade sig resultera i det största momentet för mittnittet, beroende på inbördes avstånd mellan hjulgrupper och brons spännvidder. Lokdelens mellersta hjulaxel, i någon av de två grupperna med tre hjulaxlar, är då placerad 0,1 m från det längsta spannets mittpunkt i riktning mot Kiruna. Detta ger ifråga om överlast av både lok och vagnar, att t.ex. ena lokdelen kan befinna sig på Gällivaresidan medan vagnarna befinner sig på Kirunasidan, och vice versa.

Ifråga om överlast av enbart lok, gäller att den andra lokdelen antingen kan placeras på Kiruna- eller Gällivaresidan. I andra skedet beaktades därför placeringen av överlasten, där överlast på Kirunasidan visade sig vara ogynnsammast för samtliga typer av tåglast.

4.9 Säkerhetsindexmetod

Säkerheten G kan, som tidigare nämnts, tecknas som bärförmågan R minskad med lasteffekten S . Vid beräkning enligt första ordningens tillförlitlighetsmetod, FORM (First Order Reliability Method), serietvecklar man funktionerna R och S och tar därvid med endast första ordningens derivator, se kapitel 2. Här kommer vi att använda programmet VaP (1999), se Petschascher (1993) och Schneider (1997), och bestämma säkerhetsindexet β med denna metod. Vi tecknar säkerheten $G = R - S$ som skillnaden mellan det moment R tvärsnittet förmår bära och lasteffekten S

$$G = R - S = A_s f_{st} d \left(1 - \frac{A_s f_{st}}{2 b d f_{cc}} \right) - M_g - M_{gb} - M_j - M_q (1 + D) - M_h - M_t \quad (4.3)$$

Här finns följande 12 variabler som kan modelleras på olika sätt.

A_s = armeringsarean [mm^2]

b = tvärsnittet bredd [mm]

d = tvärsnittets effektiva höjd [mm]

f_{st} = armeringens flytgräns [MPa]

f_{cc} = betongens tryckhållfasthet [MPa]

D = dynamisk förstoringfaktor [-]

M_g = moment av egentyngd [MNm]

M_{gb} = moment av ballast [MNm]

M_j = moment av jordtryck [MNm]

M_q = moment av trafiklast [MNm]

M_h = moment av horisontalkrafter på grund av acceleration och bromsning [MNm]

M_t = moment på grund av temperatur [MNm]

Faktorer som beaktar beräkningsmodellens osäkerhet kan också införas. Modellen för R , momentbrott på grund av armeringsflytning, är väl beprövad och har därför använts utan reduktion. Modellerna för uppskattning av momentet S på grund av de olika lasteffekterna är också väl beprövade, men själva lasteffekterna och de horisontella randvillkoren är i flera fall behäftade med osäkerheter och några olika fördelningar prövas därför nedan.

Armeringsarean A_s antas enligt JCSS PMC (2001) vara normalfördelad och ha variationskoefficienten $V = s/m = 0,02$. De uppmätta storheterna bredd b och effektiv höjd d antas vara deterministiska (dvs. kända).

Stålets flytgräns antas enligt JCSS PMC (2001) vara normalfördelad med medelvärdet $m =$ nominellt värde 400 MPa + två standardavvikelser s med $s = 30$ MPa, dvs. $m = 460$ MPa och $V = s/m = 30/460 = 0,065$. I NKB87 (1987) antas hållfastheten å andra sidan vara logaritmiskt normalfördelad. Betonghållfastheten antas enligt JCSS PMC (2001) vara logaritmiskt normalfördelad med medelvärde och standardavvikelse enligt de prover som gjorts, se avsnitt 4.2.

Den dynamiska faktorn D är svårbedömd. Den är antagligen för stor. De mätningar som genomförts på bron vid Kallkällan i Luleå, Täljsten och Carolin (1999), indikerade t.ex. att skillnaden i nedböjningar och spänningar är mycket liten för vilande och rörlig last. Detta är en företeelse som borde undersökas närmare. Östlund (1997) antar D vara normalfördelad med variationskoefficienten $V = 0,5$. Här används detta i undre serien nedan men även $V = 0,25$ prövas i övre serien, se Figur 5.1-5.2.

Momenten av egentynngd M_g och ballast M_{gb} antas enligt JCSS PMC (2001) vara normalfördelade med variationskoefficienterna 0,04 respektive 0,05.

Momentet av jordtryck M_j är svårbedömt. Här antas att det är normalfördelat med variationskoefficienten $V = 0,5$.

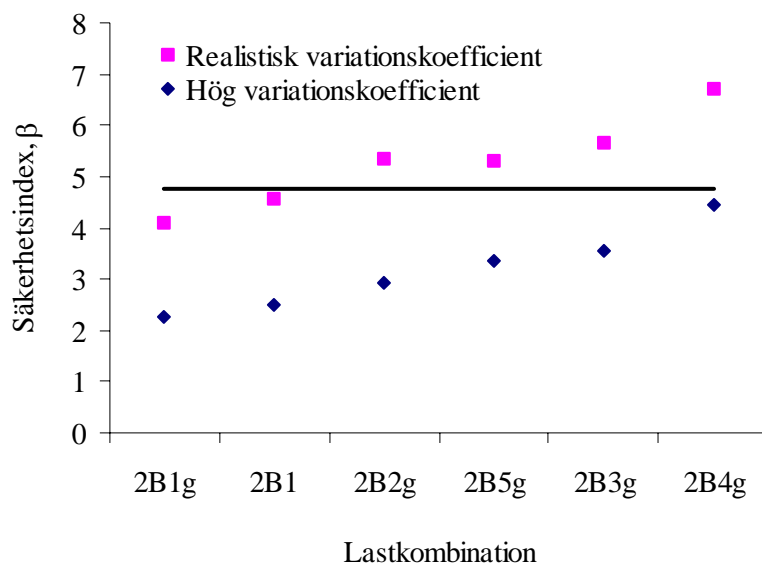
Det värsta momentet av trafiklast vilket hittats orsakas av de nya malmloken med sex axlar med 30 tons axeltryck. Enligt Östlund (1997) antas lasten vara deterministisk med medelvärdet $m = \lambda\eta M_{qnorm}$, där λ beaktar excentricitet av spåret och snedbelastning och antas kunna ha värdet $\lambda = 1,05$ och η betecknar hur mycket större en vald övre gräns för lasten är än den nominella lasten. Här antar vi för enkelhetens skull att $\lambda\eta = 1$.

Momenten på grund av horisontallast M_h och temperatur M_t är också svårbedömda. De kan vara såväl negativa som positiva. Här antar vi att de är fördelade enligt en beta-funktion som påminner om en normalfördelning, där gränsvärdena a och b antas motsvara ca $\pm 3,3$ eller ± 2 dimensioneringsvärden. Kurvans form bestäms av parametrarna r och t som väljs så att s blir ungefär lika med dimensioneringsvärdet (undre serien) respektive halva dimensioneringsvärdet (övre serien).

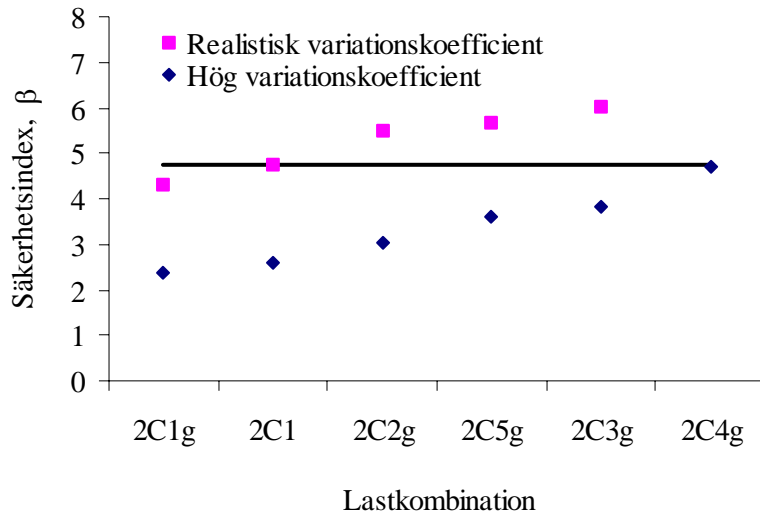
4.10 Resultierande säkerhetsindex

I Figur 4.6 och Figur 4.7 redovisas hur säkerhetsindex β varierar för några olika fall. De olika fallen som anges i figurerna motsvarar från vänster till höger:

- Trafik + dynamiskt tillskott + bromskraft + temperatur + överlast med beaktad gynnsam effekt av jordtrycket dvs. effekten har halverats (2:B1g, 2:C1g).
- Trafik + dynamiskt tillskott + bromskraft + temperatur + överlast med full effekt av jordtryckets gynnsamma påverkan (2:B1, 2:C1).
- Trafik + bromskraft + temperatur + överlast med beaktad gynnsam effekt av jordtryck, men utan dynamiskt tillskott (2:B2g, 2:C2g).
- Trafik + dynamiskt tillskott + bromskraft med beaktad gynnsam effekt av jordtryck, men utan temperatur och överlast (2:B5g, 2:C5g).
- Trafik + dynamiskt tillskott + bromskraft + överlast med beaktad gynnsam effekt av jordtryck, men utan temperatur (2:B3g, 2:C3g).
- Trafik + bromskraft + överlast med beaktad gynnsam effekt av jordtryck, men utan dynamiskt tillskott och temperatur (2:B4g, 2:C4g).



Figur 4.6 Säkerhetsindex β för olika lastkombinationer i beräkningsmodell B med utbrett pelarupplag, rörliga sidoupplag. I undre serien antas förhållandevis stor standardavvikelse för dynamisk faktor, horisontallast och temperaturlast medan i övre serien hälften så stora standardavvikelser används för dessa laster.



Figur 4.7 Säkerhetsindex β för olika lastkombinationer i beräkningsmodell C med utbrett pelarupplag samt sidoupplag med viss styvhet mot horisontalrörelse. I undre serien antas förhållandevis stor standardavvikelse för dynamisk faktor, horisontallast och temperaturlast medan i övre serien hälften så stora standardavvikelser används för dessa laster.

Vi ser i Figur 4.6 att kravet $\beta \geq 4,75$ ej uppnås för undre serien men väl för de fyra senare värdena i övre serien. I Figur 4.7 uppfylls kravet nästan av det näst sista värdet i undre serien och av alla utom ett värde i övre serien.

4.11 Diskussion och slutsatser

Beräkningarna visar att medelvärdet för bärförmågan för moment är 2,89 MNm med standardavvikelsen 0,19 MNm i det mest utsatta snittet med dragpåkänningar i överkant i korta spannet. Detta kan jämföras med det formella dimensioneringsvärdet 1,99 MNm som erhöles i klassningsberäkningen med beaktande av aktuella partialkoefficienter. I det nya medelvärdet har en lägre uppmätt effektiv höjd beaktats, att ett av tolv armeringsjärn borrats av samt att betong- och armeringshållfastheterna är högre än de nominella dimensioneringsvärdena.

På lastsidan gav klassningsberäkningen i motsvarande snitt att det formella dimensioneringsvärdet för momentet är 2,79 MNm. En analys av verkliga uppträdande laster ger att medelvärdet maximalt uppgår till 2,05 MNm. Detta lastfall utgörs av ett lok placerat med tre axlar i längsta spannet och tre axlar placerade på konsolen, om såväl bromslast som ojämn temperaturlast och dynamiskt tillskott uppträder samtidigt. Enligt BV Bärighet (1996) behöver ojämn temperatur inte beaktas, vilket är rimligt med tanke på att detta är en statistiskt obestämmd last som försvinner vid uppsprickning i brottstadiet.

Det har heller inte medräknats i tidigare klassningsberäkningar. I så fall fås att lasten har medelvärdet 1,66 MNm och att säkerhetsindex β varierar mellan 3,8 och 6,0 beroende på vilka antaganden som görs om lasternas statistiska fördelning. För en rimlig fördelning innehålls kravet i säkerhetsklass 3 att säkerhetsindex $\beta \geq 4,75$.

Några antaganden har gjorts som kan vara på osäker sida:

- De fördelningar som används i NKB87 (1987) har inte tillämpats för alla fall. För stålets flytgräns har en normalfördelning enligt JCSS PMC (2001) använts istället för en NKBs logaritmiska normalfördelning. För horisontalkrafter på grund av acceleration och/eller bromskrafter och för temperaturlaster har beta-fördelningar använts istället för normalfördelningar på grund av att de enklare modellerar laster som kan byta tecken.
- Ingen modellosäkerhet har beaktats i beräkningen av tvärsnittets böjmomentkapacitet. Modellen bygger dock på en jämviktsbetraktelse och en sådan skall enligt NKB 87 (1987) inte anses ha några osäkerheter. Ej heller har eventuell spårexciticitet, snedbelastning eller överlast beaktats. Ett skäl till detta är att alla malmvagnarna vägs innan de släpps iväg. Östlund (1987) har gjort likartade antaganden om överlast.

Andra antaganden som gjorts är på säker sida:

- De antagna statistiska systemen är konservativa. Bron förutsätts i stort sett kunna röra sig fritt i horisontalplanet, vilket är ett antagande på säker sida. I verkligheten torde bron ha en avsevärd styvhet för krafter i horisontalplanet bland annat genom skenor, ballast och den friktion som finns i brons båda ändupplag.
- De genomförda mätningarna, Danielsson et al (2001), visar inga tecken på att stora dragspänningar skulle uppkomma i armeringen för de trafiklastfall som beräkningsmässigt visat sig vara de farligaste. Enligt principerna för Bayesisk sannolikhet, se avsnitt 2.6, innebär detta att sannolikheten minskar för att farliga påkänningar skall uppträda i studerat snitt. Eller med andra ord: Eftersom utförda mätningar inte visar på några stora töjningar i aktuellt snitt för representativa laster är det mindre sannolikt att sådana påkänningar uppträder.

5 Tillförlitlighetsanalys av förstärkta konstruktioner

5.1 Inledning

I kapitel ett, två och fyra har ett flertal referenser och arbeten angående tillförlitlighetsanalys och sannolikhetsmetoder presenterats. När det kommer till tillförlitlighetsanalys av befintliga konstruktioner finns det en mycket begränsad mängd forskning presenterad i omvärlden. När det gäller förstärkning finns det i stort sett bara en förstärkningsmetod publicerad vilken då är förstärkning med utanpåliggande kolfiber. I detta kapitel kommer några presenterade arbeten att lyftas fram.

5.2 Tidigare erfarenheter

Plevris et al (1995) är en av de första vilka studerade tillförlitligheten hos ett system bestående av kolfiberförstärkt betong. I begränsad omfattning studerades spridningen hos ingående parametrar och dess inverkan på spridningen för bärförmågan. Studien var ett försök till att koppla partialkoefficienter till reduktion av bärförmåga. Ingen koppling till brottrisk eller tillförlitlighet för konstruktionen gjordes.

Monti och Santini (2002) genomförde en teoretisk studie för att bestämma partialkoefficienter för fiberkompositer vid förstärkning av betong i böjning. Studien kom fram till att en partialkoefficient om 1.33 kan användas för kolfiber men det framgår inte vilken förstärkningsgrad som avses eller hur övriga partialkoefficienter har bestämts eller vilket värde de har. Monti och Santini anser att en partialkoefficient skall användas i förstärkningsändamål för varje material oavsett användningsområde

Pilakoutas et al(2002) föreslår istället att olika partialkoefficienter skall användas för olika förstärkningsmoder, förstärkningsgrader och konstruktioner.

Täljsten (2003) ger en tydlig presentation hur partialkoefficienter kan beräknas utifrån material, brottyp, belastningar etc. Förslaget är baserat kvalitativt på lång erfarenhet från laboratorieförsök och riktiga förstärkningsprojekt i fält. Detta tillvägagångssätt ger en renodlad syn på partialkoefficienter och är även den som använts för att ta fram de nuvarande svenska normerna.

5.3 Kommentarer

Det finns stora skillnader i uppfattning om hur partialkoefficienter i samband med förstärkning skall tillämpas. Täljstens (2003) förslag till hur partialkoefficienter bedöms som det mest transparenta men behöver dock mer studier för att kvantitativt bestämma storleken genom försök och djupare teoretiska analyser vilket också troligtvis leder till lägre reducering och därmed ett mer effektivt nyttjande av materialet.

6 Brottrisen för förstärkta konstruktioner

6.1 Allmänt

Även en förstärkt konstruktion kan och kanske bör dimensioneras med samband och partialkoefficienter baserade på sannolikhetsteori. En studie av en befintlig konstruktion vilken skall förstärkas skiljer sig något dels beroende på förstärkningsmetod och dels beroende på förstärkningsgrad gentemot dimensionering av nya konstruktioner. Lasteffekt, bärförmåga och risk för brott påverkas mer eller mindre vid en förstärkning.

6.1.1 Lasteffekt

Lasteffekten, S , beror som tidigare nämnts av flera stokastiska variabler: vind, dynamiska effekter, snö etc. Vid förstärkning kan det vara möjligt att uppskatta framtida lasteffekter bättre och mer precist än vad som är fallet då en ny konstruktion dimensioneras. Det kan till och med i vissa fall vara möjligt att mäta upp lasteffekten genom belastningsprov. Egentyngder kan också uppskattas bättre då en konstruktions verkliga dimensioner är kända. För en befintlig konstruktion är det också möjligt att bättre uppskatta belastning från exempelvis stödsättningar. Allt detta gör att spridningen för den bedömda lasteffekten blir mindre. I fallet med förstärkning där man använder sig av utanpåliggande kolfiberförstärkning, påverkas konstruktionens egentyngd mycket lite. Lasteffekten på enskilda konstruktionsdelar kan dock influeras på grund av förändrade styvhet. Inverkan av lasteffekten och dess fördelning kartläggs inte i detta arbete.

6.1.2 Bärförmåga

För en armerad betongkonstruktion påverkas bärförmågan, R , av flera stokastiska variabler. Betongens hållfasthet, armerings egenskaper, inre hävarm och armeringens förankring är alla exempel på viktiga variabler för en konstruktion utsatt för böjning. Skulle samma konstruktion vara förstärkt med utanpåliggande kolfiberkomposit så tillkommer än fler variabler; t ex kolfiberkompositens egenskaper och nya brottmoder. Å andra sidan, när en konstruktion ska åtgärdas genom förstärkning är det möjligt att studera konstruktionen för att erhålla bättre information om verkliga materialdata, dimensioner och i vissa fall avvikelser mot dimensionerad konstruktion. Även den kommande inre hävarmen för kompositen kan beskrivas relativt exakt.

Brottnoden för en konstruktion som förstärkts med utanpåliggande armering i form av kolfiberkomposit beror i stor grad till vilken omfattning förstärkningen skett. En normalarmerad betongbalk vilken normalt erhåller "brott" genom flytning i dragarmeringen kommer vid låga förstärkningsgrader i de flesta fall att gå till brott genom att kompositens töjningsgräns överskrids, under förutsättning att förankringen är tillräcklig. För en konstruktion som förstärks så att överarmerat tvärsnitt erhålls är den troliga brottnoden i stället att betongen stukas.

6.1.3 Brottrisk

I den följande diskussionen anses att lasteffekten är bestämbar i tid och rum och att endast fördelningen hos bärförmågan påverkar risken för brott.

Studera två betongbalkar utsatta för böjbelastning. Förutsättningarna är följande; den första av balkarna är överarmerad och vid brott är sannolikheten för stukning i betong stor. Denna typ av balk kan förstärkas genom att dragarmeringsmängden ökas, vilket då i sin tur ökar höjden på tryckzonen, dock kan inte denna förstärkning antas optimal, utan för att öka bärförmågan bör man ofta också öka arean av tryckzonen. Den andra balken antas normalarmerad och bärförmågan begränsas normalt av flytning i stålet. Dessutom kan betongtryckhållfastheten antas vara avsevärt högre än vad som angavs vid dimensioneringen. Detta är relativt vanligt förekommande, speciellt för äldre konstruktioner där mer grovmalet cement än idag användes. I det fall balken förstärkts på dragsidan är möjligheten att erhålla böjbrott stort, detta beror dock på förstärkningsmängden och vid alltför stor förstärkning är risken att man ändrar brottmod från ett mer segt böjbrott till stukning i betongen. I det aktuella fallet antar vi att detta kan kontrolleras. Detta medför balken kan förstärkas genom komplettering av dragarmeringen. För de båda fallen kommer i det här exemplet inte brottnoden att förändras på grund av förstärkningen vilket gör följande resonemang enklare att följa. I denna förenklade studie koncentreras på förstärkning av den normalarmerade balken.

En under- eller normalarmerad balk begränsas förenklat sett av mängden dragarmering. I fallet med en kolfiberförstärkt balk består armeringen av både den gamla stålarmingen och den nya kolfiberkompositen. Hållfastheten för de båda materialen och deras inre hävarmar är stokastiskt oberoende. I det aktuella fallet antas att lasten är konstant. Det är då de ingående materialvariablerna som styr eventuellt brott. Ett klent armeringsjärn kan kompenseras med att kompositen har sitt medelvärde och att konstruktionen då har en bärförmåga högre än lasteffekten. På samma sätt kan en stålarmering med medelkapacitet kompensera för en kompositarmering som har sin lägsta 5%-percentil. Risken för att båda materialen har sina sämsta värden och därmed att bärförmågan är lägre än lasteffekten minskar således med två oberoende armeringssystem.

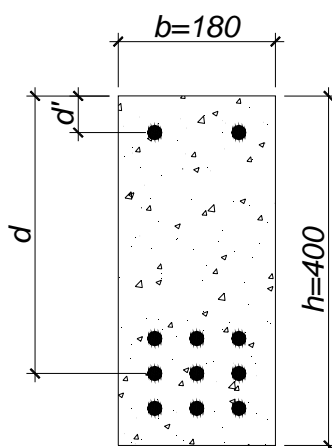
Det är möjligt att välja partialkoefficienter så att risken för brott blir den samma för en förstärkt och en ursprunglig konstruktion med hänsyn till önskad bärförmåga. På grund av att olika mängd förstärkning ger olika betydelse för förstärkningen skulle detta innebära att partialkoefficienterna skulle variera beroende på graden förstärkning. Detta är inte rimligt och istället föreslås att den minskade risken för brott för en förstärkt konstruktion istället ses som extra säkerhet. Partialkoefficienterna för ett förstärkningssystem bör då bestämmas genom att variablerna för befintliga konstruktionen ses som deterministiska.

6.2 Partialkoefficienter för konstruktion utsatt för böjande belastning

I detta avsnitt följer ett exempel på hur brottrisken kan förändras för en förstärkt konstruktion.

6.2.1 Befintlig konstruktion

Balken nedan kan vara en del av t ex en bro eller en byggnad och det förutsätts att balken tillhör en konstruktion i Säkerhetsklass 3. Vid dimensionering av betongbalken krävdes att tvärsnittet skulle ha en momentkapacitet på 160 kNm. Balkhöjden valdes till 400 mm och Betongkvaliteten till K50 vilken har en karakteristisk tryckhållfasthet på 35,5 MPa. I säkerhetsklass 3 ger detta en dimensionerande tryckhållfasthet på 19,7 MPa. Balkarna armerades med Ks500-stänger vilken har karakteristisk flythållfasthet på 500 MPa vilket ger en dimensionerande hållfasthet på 362 MPa. Utifrån dessa förutsättningar och beräkning enligt BBK94 krävs 9 st $\varnothing 16$ som dragarmering samt 2 st $\varnothing 16$ som tryckarmering vilka också kan användas vid montering av byglar och förankringsarmering. Det armerade tvärsnittet återfinns i Figur 6.1. Bärförmågan för tvärsnittet är 166 kNm och är relativt optimerat utifrån vald tryckhållfasthet.



Figur 6.1: Armerat tvärsnitt

Efter en tid önskas tvärsnittet förstärkas så att det klarar 225 kNm, dvs en ökning på ca 35 %. Vid denna tidpunkt visar materialprovning att tryckhållfastheten har ett karakteristiskt värde på 56,5 MPa (vilket motsvarar en K80 och är ganska normalt). Den dimensionerande hållfastheten är då 31,4 MPa. En överslagsberäkning med konstant inre hävarm ger att tvärsnittet klarar 250 kNm med denna tryckhållfasthet om dragarmeringen kan kompletteras till 14 st Ø 16.

Om 5 fler armeringsstänger hade placerats i formen enligt gällande regler innan gjutning hade inre hävarmen blivit mindre och således är överslagsberäkningen på osäker sida. I fallet med utanpåliggande kolfiberarmering ökar istället inre hävarmen och överslaget är på säker sida. Detta innebär att tvärsnittet med minst 10 % marginal kan förstärkas till 225 kNm med utanpåliggande armering utan att betongkrossbrott inträffar.

6.2.2 Förstärkt konstruktion

I detta fall då balken är underarmerad kommer balken att gå i brott genom att kompositen töjs till brott utan att tryckarmeringen flyter. Momentkapaciteten för denna brottmod med beteckningar enligt Täljsten (2003), och Figur 6.2, kan beskrivas enligt:

$$M = \frac{x-d'_s}{h-x} (\varepsilon_{fu} + \varepsilon_{u0}) A'_s E_s (\beta x - d'_s) + A_s f_y (d_s - \beta x) + \varepsilon_{fu} E_f A_f (h - \beta x) \quad (6.1)$$

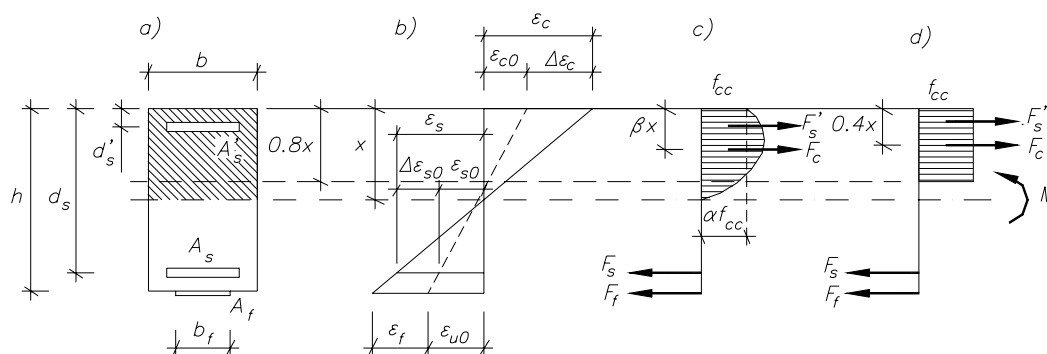
där

$$C_1 x^2 + C_2 x + C_3 = 0 \text{ och} \quad (6.2)$$

$$\begin{aligned} C_1 &= \alpha f_{cc} b \\ C_2 &= -\alpha f_{cc} b h - (\varepsilon_f + \varepsilon_{u0}) A'_s E_s - A_s f_y - \varepsilon_f E_f A_f \\ C_3 &= (\varepsilon_f + \varepsilon_{u0}) A'_s E_s d'_s + (A_s f_y + \varepsilon_f E_f A_f) h \end{aligned} \quad (6.3)$$

α och β modellerar betongens arbetskurva och beror på betongkvalitet. Enligt BBK94 kan följande förenkling göras $\alpha = 0,8$ och $\beta = 0,4$ för normal betong. Kompositens karakteristiska värden antas till $E = 145 \text{ GPa}$ och $\varepsilon = 9,8 \text{ ‰}$, se appendix A. De värden vilka redovisas i appendix A har bestämts utifrån ett laminat och för att ta hänsyn till att spridningen av materialen troligtvis är större vid en mer omfattande provning har standardavvikelsen multiplicerats 3 gånger, vilket ger dimensionerande värdena E-modul 101 GPa och $\varepsilon = 6,3 \text{ ‰}$. Samtliga materialdata återfinns i Tabell 6.1.

När det gäller E-modulen för kolfiber i Tabell 6.1 bör dock det medelvärde användas tillsammans med det dimensionerande värdet för töjningen, i annat fall blir det dubbla partialkoefficienter vid jämförelse med flytgräns i traditionell armering ty spänningen erhålls genom multiplikation av E-modul och töjning.



Figur 6.2: Spänning och töjningsdiagram för en förstärkt betongbalk

För stålarmeringen används dock det dimensionerande värdet som vanligt ty töjningarna i ekvation (6.1) ovan har beräknats genom att plana tvärsnitt förblir plana vilket innebär att dessa töjningar inte är reducerade med partialkoefficienter.

Tabell 6.2: Materialparametrar

Beteckning	Betecknar	Enhet	Karakteristiskt	$\eta\gamma_m$	Dimensionerande
f_{sy}	Flytgräns stål	MPa	500	1,15	362
E_s	Styvhet stål	GPa	200	1,05	158
f_{cc}	Tryckhållfasthet K50	MPa	35,5	1,5	19,7
f_{cc}	Tryckhållfasthet K80	MPa	56,5	1,5	31,4
ϵ_f	töjningsgräns, fiber	‰	9,8	1,15	7,1
E_f	Styvhet komposit	GPa	145	1,2	101

Med en kompositarea på 200 mm^2 erhålls den önskade momentkapaciteten på 225 kNm

6.2.3 Brottriskbedömning av förstärkt konstruktion

Konstruktionens säkerhet tecknas enligt

$$G = R - S \quad (6.4)$$

där S är lasteffekten vilken i det här fallet antas att spridningen inte kommer påverkas av förstärkningen och R är bärförmågan, i det här fallet momentkapaciteten hos tvärsnittet.

Ett förenklat uttryck för bärförmågan används i analysen. Tryckzonshöjden antas vara konstant 140 mm och resultanten för tryckkrafterna hamnar på 0,4 av tryckzonshöjden från överkant, $0,4 \times 140 = 56$ mm. För oförstärkt normalarmerat tvärsnitt kan bärförmågan förenklat uttryckas enligt:

$$R = (d - 56) A_s f_{st} \quad (6.5)$$

och för förstärkt tvärsnitt:

$$R = (d - 56) A_s f_{st} + (h - 56) A_f \varepsilon_f E_f \quad (6.6)$$

med dimensioneringsvärden ger detta för oförstärkt tvärsnitt:

$$R_{d,org} = (318 - 56) 1809 \cdot 362 = 171,6 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 171 \text{ kNm} \quad (6.7)$$

och för förstärkt tvärsnitt:

$$R_{d,först} = 171,6 \cdot 10^6 + (400 - 56) 200 \cdot 7,1 \cdot 101 = 224 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 221 \text{ kNm} \quad (6.8)$$

Den förenklade uppskattningen stämmer således ganska väl överens med den mer exakta beräkningen tidigare. För den oförstärkta konstruktionen bestäms Lasteffekten S som bärförmågan beräknad utifrån dimensionerande värden. Risken för brott blir då risken att bärförmågan är lägre än den dimensionerade bärförmågan. Fördelningen för stålarmeringens parametrar hämtas från Enochsson (2002) och redovisas i Tabell 6.3.

Tabell 6. 3: Stokastiska variabler

<i>Variabel</i>	<i>Betecknar</i>	<i>Enhet</i>	<i>Fördelning</i>	<i>m</i>	<i>s</i>
d	effektiv höjd	mm	N	318	20
A_s	Stålarmeringsarea	mm ²	N	1809	36
f_{st}	Flytgräns stål	MPa	N	560	30
h	höjd	mm	det	400	-
A_f	Kolfiberarea	mm ²	N	200	3,98
ε_f	töjningsgräns, fiber	‰	N	12,2	1,2
E_f	Styvhet fiber	GPa	N	150	2,6

Detta ger brottrisken och alfavärden enligt Tabell 6.4, vilka har beräknats med programmet VaP (1999).

Tabell 6.4: Oförstärkt balk

	<i>Brottrisk</i>
<i>HL-index</i>	4,1
<i>P(G<0)</i>	2,05 10 ⁻⁵
<i>MC (10 000 000)</i>	2,2 10 ⁻⁵

För den förstärkta balken beräknas risken för brott med deterministiska medelvärden för stålarmeringen. Lasteffekten bestäms till bärförmågan för den förstärkta balken beräknad med deterministiska medelvärden för stålarmeringen, dimensionerande värden för kolfibertöjningen och medelvärde för kolfibers E-modul enligt tidigare resonemang:

$$R = (318 - 56)1809 \cdot 560 + (400 - 56)200 \cdot 7,1 \cdot 150 = 338,7 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 338,7 \text{ kNm}$$

Partialkoefficienten för brotttöjningen hos kolfibern väljs så att brottrisken blir ungefär den samma som för den oförstärkta konstruktion men med den högre lasten enligt ovan. Detta ger brottrisk enligt Tabell ,4 med partialkoefficient enligt Tabell 2 för kolfiberförstärkningen.

Tabell 6.5: Förstärkt balk, stål deterministiskt

	<i>Brottrisk</i>
<i>HL-index</i>	4,2
<i>P(G<0)</i>	1,35 10 ⁻⁵
<i>MC (10 000 000)</i>	1,49 10 ⁻⁵

För att bedöma brottrisken hos en förstärkt konstruktion antas alla parametrar stokastiska. Lasteffekten beräknas enligt bärförmågan vid dimensionerande värden, dvs 221 kNm enligt bräkningar ovan. Brottrisken Tabell 6.6.

Tabell 6.6: Förstärkt balk, samtliga variabler stokastiska

	<i>Brottrisk</i>
<i>HL-index</i>	6,68
<i>P(G<0)</i>	1,23 10 ⁻¹¹
<i>MC (10 000 000)</i>	-

Brottrisen blir i detta fall så låg att programmet VaPs begränsning om $1 \cdot 10^7$ simuleringar vid Monte-Carlo-simulering inte räcker till för att ge en bra uppskattning av brottrisen. Brottrisen bestämd enligt andra ordningens metod blir $1 \cdot 10^{-11}$.

6.3 Kommentarer

I exemplet ovan valdes partialkoefficienten till 1,15 för brottöjningen för kolfiber. Detta värde bedömdes vara rimligt i detta fall. För att få en mera generell koefficient är det nödvändigt med betydligt fler beräkningar. Det krävs även mer omfattande provning för att kunna ge partialkoefficienter för olika typer av kompositer.

Risken för brott i storleksordningen $2 \cdot 10^{-5}$ (HL-index= 4) kan tyckas hög för en konstruktion dimensionerad i säkerhetsklass 3. Här bör dock påpekas att lasteffekten har antagits deterministisk och att en spridning på denna skulle ge en högre säkerhet mot brott. Däremot när två stokastiskt oberoende system samverkar blir brottrisen mycket låg, i detta fall $1 \cdot 10^{-11}$ under samma förutsättningar.

Två stokastiskt oberoende lastbärande system ger en avsevärd högre säkerhet mot brott än vad ett system ger. Hur stor ökningen i säkerhet blir är beroende på mängden förstärkning i förhållande till befintlig armering samt spridningen hos ingående variabler. I denna studie har endast normalfördelning studerats. Andra fördelningar hos ingående variabler torde ge liknande resultat men innefattas inte i denna studie.

Vid förstärkning av en konstruktion måste också risken för skador på den utanpåliggande förstärkningen beaktas. Som tidigare nämnts kan en förstärkning också innebära andra nya faktorer vilka påverkar risken för brott, exempelvis nya brottmoder och skador pga kollision.

7 Diskussion och Slutsatser

I den presenterade förstudien har ett försök till att använda tillförlitlighetsanalys på förstärkta betongkonstruktioner presenterats. Basen i studien var från början tänkt att vara befintlig litteratur. Det visade sig dock relativt snart att det inte genomförts någon omfattande forskning inom området. Detta kan man då tolka på två sätt 1) Det finns inget behov eller 2) Det finns ett behov men området är relativt utforskat. Författarna anser att det senare gäller och att man med strukturerad och genomtänkt forskning på detta område skulle erhålla ett kraftfullt verktyg när det gäller att bedöma effekten av förstärkningar av verkliga konstruktioner.

Den genomförda studien redovisar kortfattat hur tillförlitlighetsteori kan användas på redan befintliga konstruktioner och i tillägg appliceras denna teori i ett skolexempel där en betongbalk förstärks med kolfiberkomposit. Denna, något förenklade studie, visar att man med förstärkningen avsevärt sänker risken för brott.

Vidare har en pilotstudie gjorts när det gäller fördelning av hållfasthetsdata för ett utvalt kolfiberkompositlaminat. Denna studie visar på en viss spridning i hållfasthetsvariablerna och tyder också på att de data levererade från materialleverantörerna oftast ges som medelvärde istället för vad som är praxis i byggbranschen, och även andra branscher för den delen, medelvärdet minus tre standardavvikelser.

Den genomförda studien är dock lovande så till vida att den visar på möjligheterna att använda sig av tillförlitlighetsteori när det gäller reparation och förstärkning av befintliga konstruktioner. Dock behöver modellerna vidareutvecklas och även en mer grundläggande studie av den spridning man har på förstärkningsmaterial, laster och den existerande konstruktionen egenskaper studeras mer ingående. Nya brottmoder som kan uppstå och de partialkoefficienter som ska användas i samband med förstärkning är några av de områden som bör undersökas närmare.

8 Förslag på fortsatt arbete

En genomförda studien har gett ett flertal uppslag till fortsatt arbete, några av de områden som bör undersökas närmare är:

- Tillförlitlighetsanalys gällande brottmoder för förstärkta konstruktioner. Detta kan omfatta brottmoder såväl i böjnings om i tvärkraft och med såväl moderna och avancerade förstärkningsmaterial som gammal beprövad teknik som t ex vidhäftningsproblem för sprutbetong.
- Kartläggning av spridning i materialdata för olika typer av kompositmaterial som används i förstärknings-sammanhang samt vilken betydelse detta har för tillförlitlighetsanalysen av konstruktioner som repareras eller förstärks.
- Ett viktigt område att undersöka är effekten av olika beräkningsmodeller. Den valda beräkningsmodellen för bärförmågan har stor betydelse på resultatet och också val av förstärkningsmetod och omfattningen på förstärkningen. Inom vissa områden saknas även vedertagna modeller för beräkning. En koppling mellan numeriska metoder och tillförlitlighetsanalys kan här vara starkt motiverat. Till detta kan man då även koppla val av fördelningsfunktion etc. för det problem som studeras.
- Ett ytterligare område där vidareutveckling behövs är partialkoefficienter för reparation/förstärkning och de material som används till detta. Här bedrivs begränsa forskning på andra platser i världen och en mer detaljerad studie samt en sammanställning skulle behövas - gärna kopplad till ett mer sannolikhetsbaserat tänkande. Här är det också viktigt att metoder för utförande och möjligheten till uppföljning och kontroll studeras då detta i många fall kan vara avgörande för effekten av den avsedda åtgärden.

Sammantaget är behovet för ett mer nyanserat angreppssätt när det gäller reparation/förstärkning av konstruktioner. Omfattning på åtgärder relaterade till uppgradering av såväl anläggningar som byggnader förväntas öka i framtiden. Det finns då stora ekonomiska fördelar med att kunna optimera och styra de insatser som behövs till den mest lämpliga metoden.

Referenser

AK79/81 (1982). Allmänna regler för bärande konstruktioner. Principer, rekommendationer och kommentarer samt exempel på tillämpning. Stockholm, Sweden: Statens Planverk, Rapport nr 50, Liber 1982, pp. 159. ISBN 91-38-07090-1.

Armer, G. S. T., Editor (2001): *Monitoring and Assessment of Structures*. Spon Press, London, 167 pp. ISBN 0-419-23770-4.

Bayes, Thomas (1763): *An essay towards solving a problem in the doctrine of chances*. *Philos. Trans. Roy. Soc. London*, vol 53, pp 718-410. Reprinted in *Biometrika*, vol 45, 1958, pp 293-315. Citerad från Lindley (1972).

BBK 94 (1995): *Boverkets handbok om betongkonstruktioner*, BBK 94, Band 1, Konstruktion, och Band 2, Material, Utförande, Kontroll. Boverket, Byggavdelningen, Stockholm 1995, 185 respektive 116 sidor. ISBN 91-7147-235-5 och 91-7332-687-9.

Beckwith, S.W. (2002): "Safety factors & failure criteria: Key Areas in FRP Product Design" *Composites Fabrication*, May 2002, pp 12-19, 36-39.

BHB-K (1990): *Betonghandbok, Konstruktion*. Red. Av Krister Cederwall, Mogens Lorentsen och Lars Östlund. AB Svensk Byggtjänst och Cements AB, Utgåva 2, Stockholm 1990, 791 sidor. ISBN 91-7332-533-3,.

Björk Sven-Olof (1996): *Bärande konstruktioner och laster - En handbok i anslutning till Boverkets konstruktionsregler*, AB svensk Byggtjänst, 171 88 Solna, Tel: 08.734 50 00, svenskt Tryck AB, Stockholm, ISBN 91-7332-762-X, p. 162.

Björnfot, Anders; Nilsson, Mattias och Elfgren, Lennart (2001): *Järnvägsbro över Luossajokk på Malmbanan. Utredning av påkänningar och förstärkningsbehov*. Skrift 2001:1, Avdelningen för Konstruktionsteknik, Luleå tekniska universitet, Luleå januari 2001, 32 + 7 sidor.

Blom, Gunnar (1989): *Sannolikhets teori och statistikteori med tillämpningar*. Fjärde upplagan, Studentlitteratur, Lund 1989, 357 sidor. ISBN 91 44 03594-2.

BV Bärighet (1996): Bärighetsbestämning av järnvägsbroar. Handbok BVH 583.11. Justerad utgåva av förhandskopia 1996-01-17. Banverket, TB, Sektion Bansystem, Borlänge, 68 sidor.

BV Bärighet (2000): Bärighetsberäkning av järnvägsbroar. Handbok BVH 583.11. Banverket, CB, Borlänge 2000-03-01, 108 sidor + 6 bilagor.

Carolin, Anders (2001): Strengthening of Concrete Structures with CFRP. Shear strengthening and full-scale applications. Licentiate Thesis 2001:01, Division of Structural Engineering, Luleå University of Technology, Luleå 2001, ISBN 91-89580-01-X, 132 pp.

Cederwall, Krister and Vännman, Kerstin (1982): Composite Beams from a Statistical Point of View. Technical Report 1982:05T, Division of Structural Engineering, Luleå University of Technology, Luleå 1982, 55 pp.

Cornell, C Allin (1969). A probability-based structural code. *ACI Journal*, Vol. 66, December 1966, pp. 974-985.

Danielsson, Georg; Johansson, Håkan; Thun, Håkan och Elfgren, Lennart (2001): Töjningsmätning på järnvägsbro över Luossajokk i Kiruna. Teknisk Rapport 2002:05, Testlab och Avdelningen för konstruktionsteknik, Luleå tekniska universitet, Preliminär version 2001-09-30, 68 sidor.

Degerman, T (1981): Dimensionering av betongkonstruktioner enligt sannolikhetsteoretiska metoder. (Design of Concrete Structures with Probabilistic Methods. In Swedish). Report TVBK-1003, Department of Building Technology, Lund Institute of Technology, Lund 1981, 353 pp. Citerad ur Nilsson (2000).

Diamantides, Dimitris, Editor (2001): Probabilistic Assessment of Existing Structures. A Publication of the Joint Committee on Structural Safety (JCSS). RILEM Publications Sarl, Cachan Cedex, France, 162 pp. ISBN 2-912143-24-1.

Ditlevsen, Ove and Madsen, H. O. (1996): Structural Reliability Methods. John Wiley & Sons, Chichester, England, 372 pp. ISBN 0-471-96086-1.

EN 1990:2002 (2002). Eurocode - Basis of structural design. EN 1990:2002 (E). CEN, European Committee for Standardization, April 2002, 87 pp.

Enochsson Ola, Hejll Arvid, Nilsson Martin, Thun Håkan, Olofsson Thomas och Elfgren Lennart (2002): Bro över Luossajokk - Beräkning med säkerhetsindexmetod - Böjdragkapacitet i överkant i mittsnittet i korta spannet, Teknisk Rapport 2002:06, Luleå tekniska universitet, Avdelningen för Konstruktionsteknik, 2002, p 61.

Enochsson Ola, Hejll Arvid och Elfgren Lennart (2003): Bro över Loussajokk - Mätningar 2002, Projektrapport 1047111:5, Luleå tekniska universitet, Avdelningen för Konstruktionsteknik, 2003, p 22.

Fahleson, Claes (1995): Ice and Wind Loads on Guyed Masts. Doctoral Thesis 1995:174D, Division of Steel Structures, Luleå University of Technology, Luleå 1995, 224 pp.

Freudenthal, Alfred M (1947): The safety of structures. Transactions of the American Society of Civil Engineers, ASCE, Paper 2296 including discussion, Transactions, vol 112, New York 1947, pp 125-180. Originally published in Proceedings, October 1945.

Fryba, Ladislav (1996): Dynamics of Railway Bridges. Thomas Telford, London 1996, 330 pp. ISBN 0-7277-2044-9.

Getachew, Abraham (2000): Trafiklaster på broar. Analys av insamlade och Monte Carlo genererade fordonsdata. Licentiatavhandling, TRITA-BKN Bulletin 62, Institutionen för Byggkonstruktion, Kungl. Tekn. Högskolan, Stockholm 2000, 120 sidor. ISSN 1103-4270.

Hammurabi (c 1780 f Kr): En översättning till engelska av den berömda lagsamlingen utförd av L. W. King ges i Ancient History Sourcebook, se <http://www.fordham.edu/halsall/ancient/hamcode.html#text>

IABSE (2001): Safety, Risk and Reliability – Trends in Engineering. International Conference, Malta, March 21-23, 2001. International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE), CH-8093 Zurich, 944 pp. ISBN 3-85748-102-4.

J&W (2000): 30 ton. Malmbanan Gällivare-Kiruna, km 1411+650. Järnvägsbro över Luossajokk. Rapport av Kicke Malmtegg och Hans Robertson. J&W Byggprojektering, Luleå 2000-04-10, 9 sidor.

James, Gerard (2001): Raising Allowable Axle Loads on Railway Bridges using Simulation and Field Data. Licentiate Thesis. KTH, TRITA-BKN. Bulletin 63, 2001, Department of Structural Engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm 2001, 148 pp. ISSN 1103-4270.

JCSS (2002): Joint Committee on Structural Safety. In 1971 the Liaison Committee which co-ordinates the activities of six international associations in civil engineering, composed of CEB, CIB, fib, IABSE, and RILEM, created a Joint Committee on Structural Safety, JCSS. The JCSS under the chairmanships of the late Prof. J. Ferry-Borges, Portugal, followed by Prof. J. Schneider, Prof. R. Rackwitz and now Prof. T. Vrouwenvelder has had over 40 meetings. See http://www.iabse.ethz.ch/about/about_f.html

- JCSS PMC (2001): Probabilistic Model Code, Issued by the Joint Committee on Structural Safety, JCSS, 12th Draft, March 2001. 1. Basis of Design, 62 pp; 2. Load Models, 73 pp; 3. Material properties, 43 pp. Finns i fulltext på <http://www.jcss.ethz.ch/Frames/PMC.html>
- Jeppsson, Joakim (2000): Assessment of Residual Load Carrying Capacity of Damaged Concrete Structures. Licentiate Thesis, Report TVBK-1019, Division of Structural Engineering, Lund University of Technology, Lund 2000, 31+62 pp.
- Jeppsson, Joakim (2000): Reliability-Based Assessment Procedure for Existing Concrete Structures. Doctoral Thesis, Report TVBK-1026, Division of Structural Engineering, Lund University of Technology, Lund 2003, 188 pp.
- Johansson, Bernt (1989): Om kvalitetssäkring och byggnadsskador. Väg- och vattenbyggnadsnäringslivet, nr 3, 1989, sid 11-15, ISSN 0283-5336.
- Karbhari, V. (2001): "Safety factors and materials design allowables for FRP composites – Application to civil infrastructure" 33rd International SAMPE Technical Conference, pp 822-835.
- Karoumi, Raid (1998): Response of Cable-Stayed and Suspension Bridges to Moving Vehicles. Analysis methods and practical modeling techniques. Doctoral Thesis, KTH. TRITA-BKN. Bulletin 44, 1998. ISSN 1103-4270, ISRN KTH/BKN/B-44–SE.
- Lindley, D. V. (1972): Bayesian Statistics, A review. Society for Industrial and Applied Mathematics, SIAM, Philadelphia, PA, 83 pp.
- Madsen, H.O.; Krenk, S.; and Lind, N. C. (1986): Methods of Structural Safety. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J, 1986, 403 p. ISBN 0-13-579475-7.
- Mayer, Max (1926): Die Sicherheit der Bauwerke und ihre Berechnung nach Grenzkraften anstatt nach zulässigen Spannungen. J. Springer, Berlin 1926. Cited from Schneider (1997).
- Melchers, Robert E (1999): Structural Reliability Analysis and Prediction, 2nd Ed, John Wiley & Sons, Chichester, UK, 1999, 437 pp. ISBN 0 471 98771 9.
- Monti, G. and Santini, S. (2002): "Reliability-based Calibration of Partial Coefficients for Fiber-Reinforced Plastic" *Journal of Composites for Construction*. August. pp 162-167
- Newmark, N. M. (1935): Simplified computation of vertical pressures in elastic foundations. Cited from John N. Cernica (1994).

Nilsson, Martin (2000). *Thermal Cracking of Young Concrete - Partial Coefficients, Restraint Effects and Influence of Casting Joints*. Luleå, Sweden: Division of Structural Engineering, Luleå University of Technology. Licentiate Thesis 2000:27. 267 pp.

Nilsson, Martin; Ohlsson, Ulf och Elfgrén Lennart (1999). Partialkoefficienter för hållfasthet för betongbroar längs Malmbanan (Partial Coefficients for Concrete Bridges along Malmbanan). Teknisk rapport 1999:03, Avdelningen för konstruktionsteknik, Luleå tekniska universitet, Luleå 1999, 38 + 38 sidor.

NKB78 (1978). *Retningslinier för last- og sikkerhetsbestemmelser for baerende konstruksjoner* (Guiding Rules for Loads and Safety Regulations for Structures). NKB-rapport nr. 35. 146 pp. ISBN 87-503-2951-0. (In Swedish and Norwegian).

NKB87 (1987). *Retningslinier for last- og sikkerhetsbestemmelser for baerende konstruksjoner* (Guiding Rules for Loads and Safety Regulations for Structures). NKB-rapport nr. 55. 107+55 pp. ISBN 87-503-6991-1, ISSN 0359-9981. (In Swedish and Norwegian).

Nordbotten, Gaute (1996): Klassningsberäkning. Vägport vid och bro över Luossajokk, nr 32, Gällivare-Kiruna, km 1411+655. Vägverket Konsult, Bro, Borlänge 1996-08-22. Pärm med beräkningar, ca 300 sidor.

Paulsson, Björn; Kellner, Håkan and Öström, Lars (1998): Increasing axle loads on railway bridges. *Stahlbau*, vol 67, No 8, pp 667-671. ISSN 0038-9145.

Paulsson, Björn; Töyrä, Björn (1996): Infrastruktur. Broar och geoteknik. "30 ton på Malmbanan". Rapport 3.0 Infrastruktur, Banverket, Borlänge 1996, 34 sidor.

Petschacher, Markus (1993): Zuverlässigkeit technischer Systeme - Computerunterstützte Verarbeitung von stochastischen Größen mit dem Programm VaP. Bericht Nr 199, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH, Zürich 1993, 136 pp. ISBN 3-7643-2967-X.

Pilakoutas, K., Neocleous, K. and Guadagnini, M. (2002): "Design Philosophy Issue of Fiber Reinforced Polymer Reinforced Concrete Structures" *Journal of composites for construction*. August, pp. 154-161.

Plevris, N., Triantafillou, T. and Veneziano, D. (1995): "Reliability of RC Members Strengthened with CFRP Laminates" *Journal of Structural engineering*. July, pp. 1037-1044.

Råde, Lennart och Rudemo, Mats (1992): Sannolikhetslära och statistik för tekniks högskola. Studentlitteratur, Lund 1992, 321 sidor. ISBN 91-44-37211-6.

- Sandberg, Jan (2002). Personlig kommunikation med Jan Sandberg, Fundia AB
- Schneider, Jörg (1997): Introduction to Safety and Reliability of Structures. International Association for Bridges and Structural Engineering, IABSE, Structural Engineering Documents No 5, Zürich, August 1997, 138 pp. ISBN 3-85748-093-6.
- Thoft-Christensen, Palle and Baker, Michael J. (1982): Structural Reliability Theory and Its Applications. Springer Verlag, Berlin 1982, 267 pp. ISBN 3-540-11731-8.
- Thun, Håkan (2001): Evaluation of Concrete Structures. Strength Development and Fatigue Capacity. Licentiate Thesis 2001:25, Division of Structural Engineering, Luleå University of Technology, Luleå 2001, 164 pp. ISBN 91-89580-08-2.
- Thun, Håkan; Ohlsson Ulf och Elfgren, Lennart (1999). Betonghållfasthet i järnvägsbroar på Malmbanan. – Karakteristisk tryck- och draghållfasthet för 20 broar mellan Luleå och Gällivare. Teknisk rapport 1999:02, Avdelningen för konstruktionsteknik, Luleå tekniska universitet, Luleå 1999, 34 sidor.
- Täljsten, Björn and Carolin, Anders (1999): Strengthening of a Concrete Railway Bridge in Luleå with Carbon Fibre Reinforced Polymers – CFRP. Load bearing capacity before and after strengthening. Technical Report 1999:18. Div. of Struct. Eng., Luleå Univ. of Techn., Luleå 1999, 61 pp.
- Täljsten, Björn (2003): “*FRP Strengthening of Existing Concrete Structures - Design Guidelines - Second Edition*”, ISBN 91-89580-03-6, p 230, Luleå University of Technology, Division of Structural Engineering.
- Utsi, Sofia; Olofsson, Thomas; and Täljsten, Björn (2001): Health Monitoring of a CFRP Strengthened Bridge. Composites in Constructions. Proceedings of the International Conference Composites in Construction - CCC 2001, Porto, Portugal, 10-12 October 2001 (Edited by J. Figueiras, L. Juvandes and R. Faria). Balkema, Lisse 2001, pp 745-749. ISBN 90 2651 858 7.
- VaP (1999): VaP 1.6. Variables Processor. Datorprogram för Windows och manual utvecklade av Jörg Schneider(1997) och medarbetare vid Institute of Structural Engineering, ETH, Zurich, 13 sid. Se även Petschacher, Markus (1993) och <http://www.ibk.baug.ethz.ch/proserv/vap.html>.
- VV Klassningsberäkning (1998): Allmän teknisk beskrivning för klassningsberäkning av vägbroar. Vägverket Publikation 1998:78, Borlänge 1978, 110 sidor.

Östlund, L (1997). *Studium av erforderligt värde på partialkoefficienten för tåglast vid dimensionering av järnvägsbroar* (Study of Necessary Value of the Partial Coefficient for Load of Trains at Design of Railway Bridges. In Swedish). Borlänge, Sweden: Swedish Railroad Administration. Investigation on behalf of the Swedish Railroad Administration. pp. 19. (In Swedish). Also included in Nilsson et al. (1999).

Östlund, Lars and Sundquist, Håkan (2001): Calibration of Traffic Design Loads for Long-Span Bridges. In "Safety, Risk and Reliability - Trends in Engineering". International Conference, Malta, March 21-23, 2001. International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE), CH-8093 Zurich, pp 173-178. ISBN 3-85748-102-4.

Appendix A: Materialdata för kolfiberkomposit

Materialdata för kolfiberkomposit uppges ofta för rena fibrer vilket sedan räknas om med mikromekanik till att gälla för kompositen. Det har dock visat sig vid provning att materialdata framtagen på detta sätt inte stämmer överens egenskaperna för materialen. Orsakerna till detta går inte igenom här, utan här redovisas endast materialprovning för färdig komposit. Endast provning med dragbelastning har utförts.

Material

Det material vilket har undersökt är kolfiberlaminat tillverkat av Exel och har beteckningen K-C 040294. Kompositen är ett pultruderat enkelriktat kolfiberlaminat vilket enligt tillverkaren har följande egenskaper:

- E-modul: 160 GPa
- Draghållfasthet 2800 MPa
- Fibervolymandel: 65-68%

Laminaten levereras med bredden 50 mm och tjockleken 1.6 mm.

Provkroppspreparering

Den belastningsutrustning som vid provningen fanns tillgänglig gjorde att bredden på laminaten reducerades till 23 mm. Detta gjordes genom att dela ett laminat med längden 440 mm med hjälp av klyvsåg till två provkroppar och kanterna slipades sedan med sandpapper med grovleken grit 80. För att greppa laminaten tillverkades plattor av 1 mm tjock glasfiberkomposit enligt provningsstandard. Dessa limmades mot varje provkropp med Araldite 2012. Limmet tilläts härda i 16 timmar vid 23°C och sedan värmehärdning i två timmar vid 80°C. Mellan grepp-plattorna var den fria längden 360 mm.

Belastning

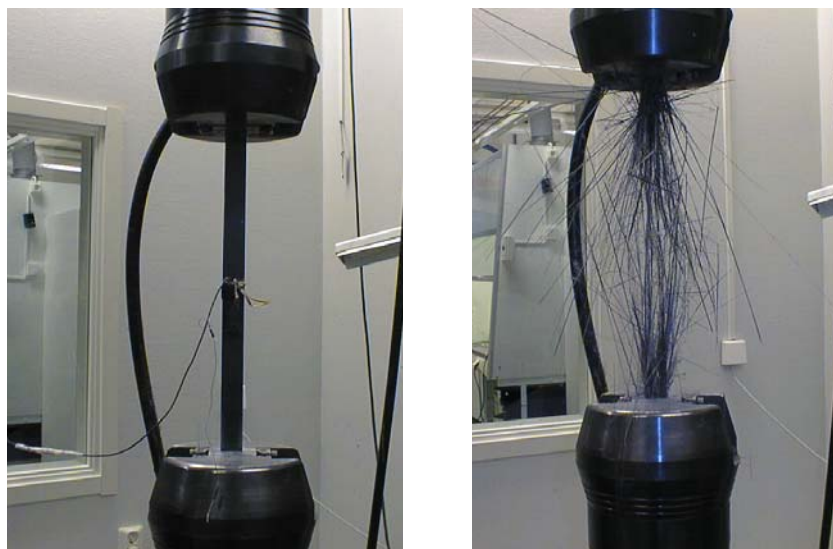
Belastning utfördes med hjälp av en INSTRON 8501/H0162 hydralpress. En lastcell med kapaciteten 100 kN (INSTRON 2518-111) användes för att registrera last. Försöken utfördes under följande förutsättningar

- Relativ fuktighet: 19.2 %
- Temperatur: 22.3°C

Belastningen skedde genom deformationskontroll med hastigheten 7.4 mm/min vilket ger ungefär 1%/min. Töjningen registrerades med en 50 mm extensiometer. E-modulen har utifrån töjningsmätningarna beräknats utifrån styvheten mellan 200 MPa och 500 MPa. Brottspänning och brotttöjning har också registrerats.

Resultat

I Figur A.1 visas en provkropp i belastningsmaskinen, före och efter belastning. Provkroppen "exploderade" under provbelastningen. I Tabell A.1 redovisas en sammanfattning av provresultaten från dragförsöken.



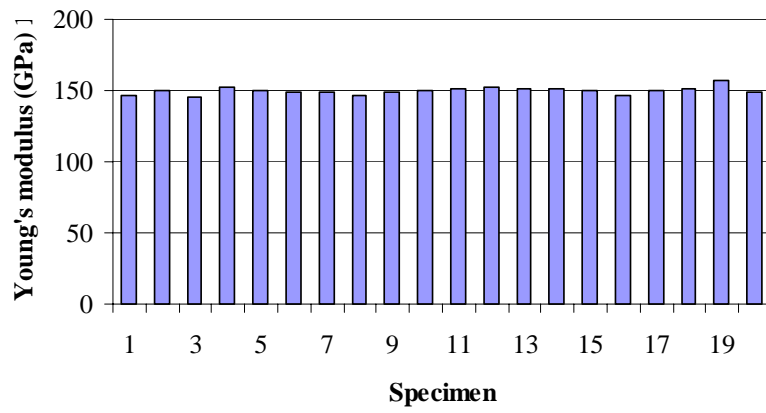
Figur A.1. Provkroppen i belastningsutrustningen, före (vänster) och efter (höger) brott.

Medelvärdet för E-modulen mättes till 150 GPa, se Figur A.2. Detta är något lägre än de 160 GPa vilket redovisades av tillverkaren. I Figur A.3 redovisas draghållfastheten vilken är nästan 1000 MPa lägre än den av tillverkaren redovisade.

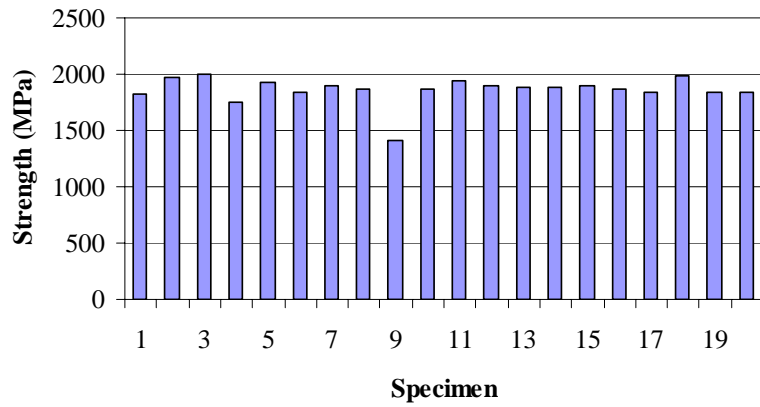
Figuren visar också att variationen av draghållfastheten är relativt liten med undantag för provkropp 9. Detta prov bedöms vara felaktigt monterat i provriggen alternativt felaktigt preparerat och tillförlitligheten hos detta prov är oklart, se analys längre fram. I Figur A.4 redovisas de enskilda resultaten beträffande brotttöjning.

Tabell A.1. Resultat från dragförsök

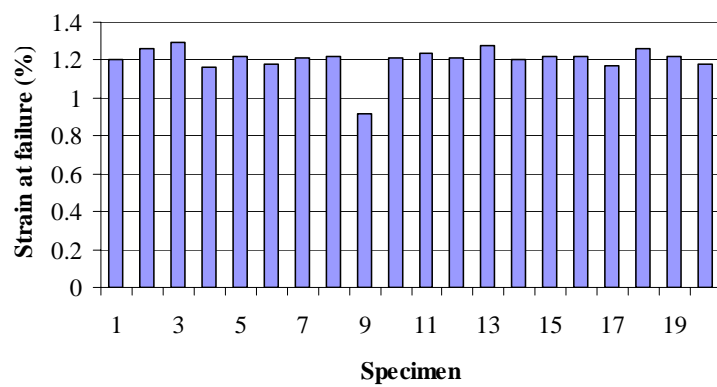
Prov	Bredd [mm]	Tjocklek [mm]	E-modul [GPa]	Draghållfasthet [MPa]	Brotttöjning [%]
1	23.02	1.57	146.3	1819	1.20
2	22.95	1.54	150.2	1971	1.26
3	22.97	1.56	145.7	2001	1.29
4	24.03	1.55	152.4	1754	1.16
5	23.91	1.55	149.7	1929	1.22
6	23.15	1.55	149.4	1839	1.18
7	22.92	1.54	149.2	1894	1.21
8	23.76	1.57	146.5	1867	1.22
9	22.87	1.55	148.9	1405	0.92
10	24.03	1.54	149.7	1874	1.21
11	22.61	1.54	151.1	1934	1.24
12	23.9	1.54	152.9	1891	1.21
13	24.04	1.55	151.5	1880	1.28
14	23.96	1.55	151.1	1889	1.2
15	24.05	1.54	149.7	1899	1.22
16	23.93	1.55	146.3	1865	1.22
17	22.66	1.55	149.7	1831	1.17
18	22.9	1.53	151.5	1984	1.26
19	24.19	1.55	156.6	1840	1.22
20	22.81	1.56	148.7	1838	1.18
Medel	23.43	1.55	149.9	1860	1.20
Std.avv.	0.58	0.01	2.6	122	0.08



Figur A.2. E-modul.



Figur A.3. Draghållfasthet.



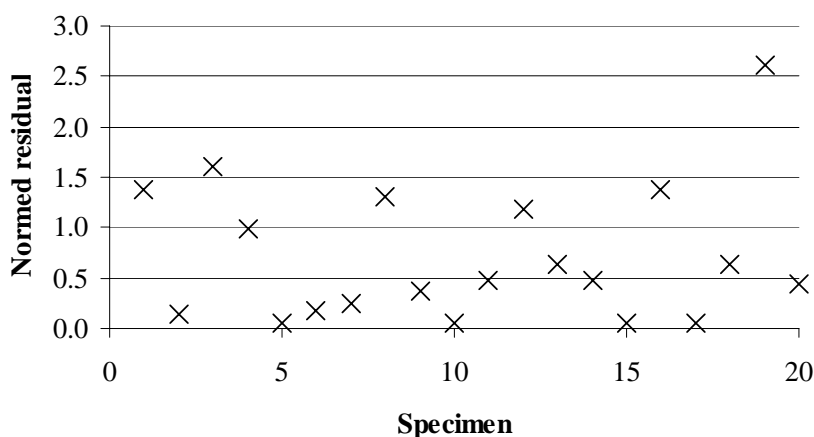
Figur A.4. Brottöjning.

Identifiering av utliggare

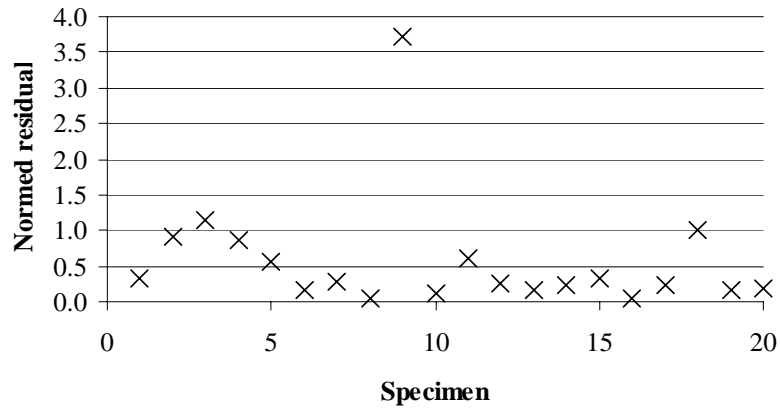
Test för maximal normerad residual (MNR) [1] har använts för att identifiera utliggare. Normerade residual (NR) för provkroppen i uttrycks som:

$$NR_i = \frac{|x_i - \bar{x}|}{s} \quad (\text{A.1})$$

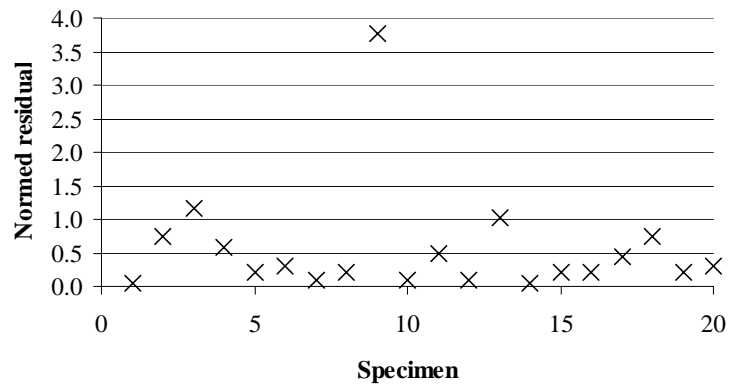
där s är standaravvikelsen. Normerad residual för E-modul, hållfasthet och töjning redovisas i Figur A.5-A.7. För att hitta uteliggare jämförs normerad residual med kritiska värden för provstorleken. I detta fall är det kritiska värdet 2.71, (tabell 8.5.7 i [1]). När det gäller E-modulen redovisad i Figur A.5 är det inget värde som överskrider det kritiska värdet och inga uteliggare identifieras. I Figur A.6 och A.7 kan provkropp nio identifieras som uteliggare. Detta försök avviker också kraftigt från de andra vid en normalsannolikhetskurva, se Figur A.8. Anledningen till att prov nummer nio är uteliggare är inte identifierad.



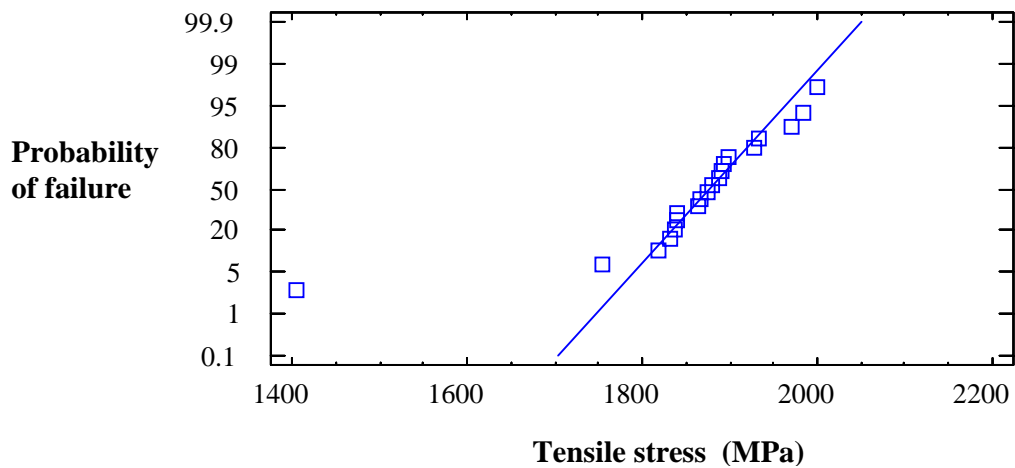
Figur A.5. Normerade residualer för E-modul.



Figur A.6. Normerade residualer för draghållfasthet.



Figur A.7. Normerade residualer för brotttöjning.



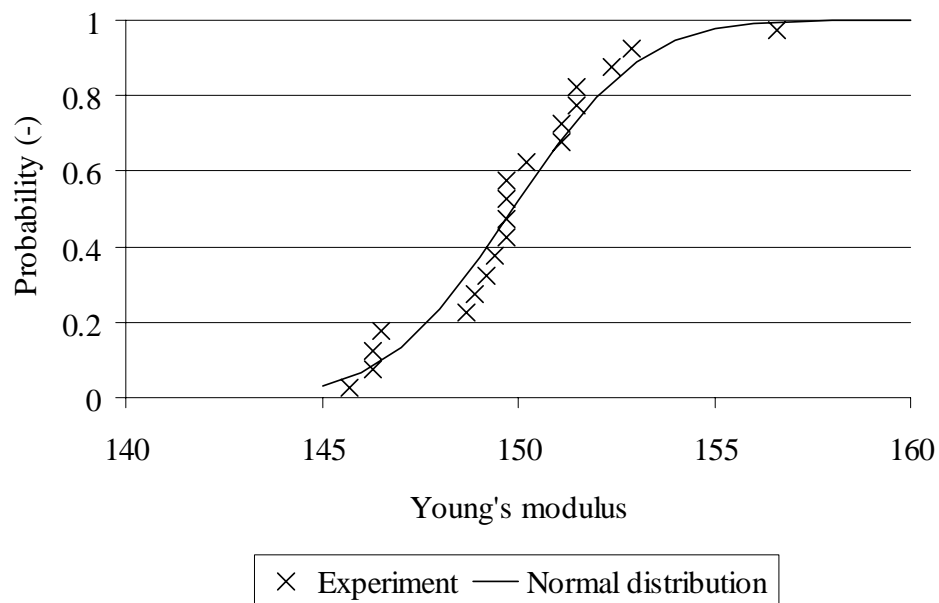
Figur A.8. Normal sannolikhetskurva för hållfasthet

Analys av E-modul

Figur A.10 visar en normalsannolikhetskurva för E-modulen, kurvanpassning och experimentella resultat. Från medelvärde, \bar{x} , och standardavvikelse, s , för E-modulen vilka redovisats i Tabell A.1 har basvärden beräknats i överensstämmelse med Boverket [2]. Basvärden uttrycks som:

$$x_k = \bar{x} - k_{pn} \cdot s \quad (\text{A.2})$$

där k_{pn} är beroende av ensidig toleransfaktor beroende på fraktil, p , och antalet försök, n , (med $p = 0.05$ och $n = 20$ k_{pn} blir detta 1.93 för en konfidensnivå på 75%). Tillsammans med \bar{x} och s i Tabell A.1 beräknas basvärdet för E-modulen till 144.9 GPa.



Figur A.10. Normalsannolikhetskurva för E-modulen.

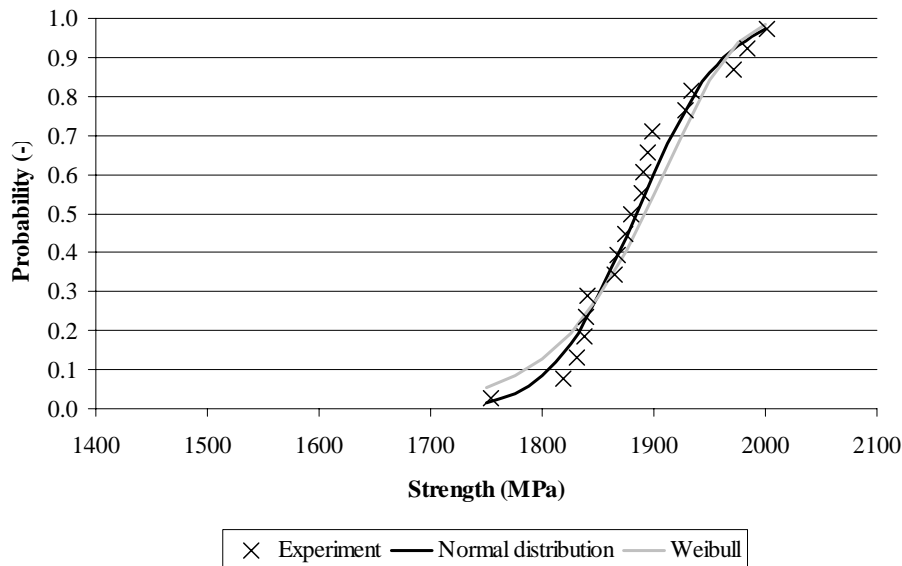
Analys av draghållfastheten

Uteliggare (prov 9) bortplockat

Basvärdet för hållfastheten beräknas enligt Boverket [2] på samma sätt som för E-modulen i föregående stycke. Med hänsyn till uteliggaren är det totala antalet prov 19 och k_{pn} blir då 1.94 (för $p = 0.05$ och $n = 19$ för en konfidenznivå på 75%). Medelvärdet, \bar{x} , och standardavvikelsen, s , blir då i detta fall 1884 respektive 61 MPa, vilket ger basvärdet för hållfastheten till 1766 MPa. Detta baseras då på antagande om normalfördelning. Fiberbrott kan beskrivas med svagaste länken teorin. Därför kan också en tvåparameters-Weibulldistribution användas för att beskriva spridningen för hållfastheten,

$$P_f(\sigma) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\sigma}{\alpha}\right)^\beta\right) \quad (\text{A.3})$$

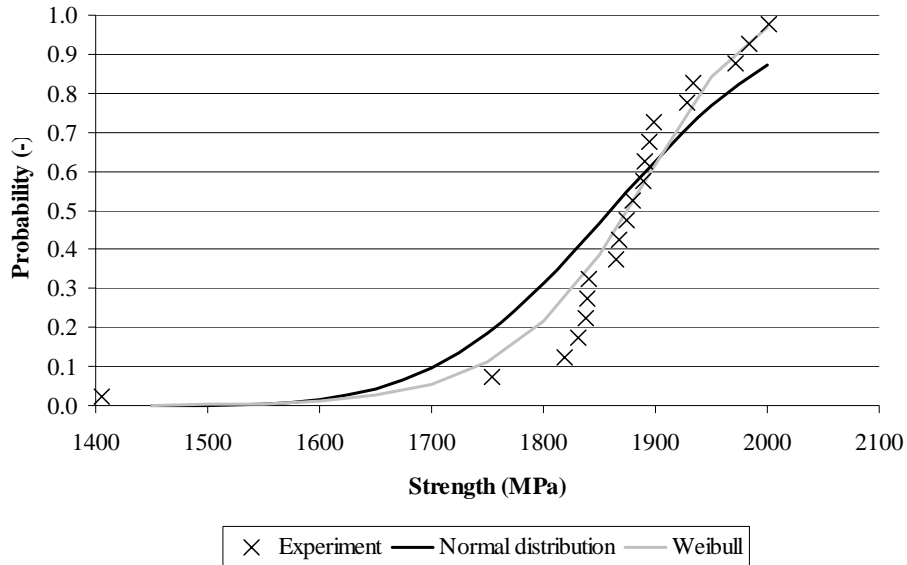
där P_f är sannolikheten för brott och σ är påförd spänning. Formen och skalan på Weibullfördelningen beskrivs med β respektive α . Weibullparametrarna bestäms genom kurvanpassning enligt [1] (section 8.3.4.2.1). Form- och skalparametrarna bestämdes till 1913.4 respektive 32.5. I enlighet med [1] (section 8.3.4.2.3) är basvärdet för tvåparameters Weibullfördelning, A-värde, 1663 MPa. A-värdet har beräknats som nedre 95 percentilen för 99 % av populationen.



Figur A.11. Normal- och Weibullfördelning jämfört med uppmätt hållfasthet, uteliggare bortplockade.

Med alla data

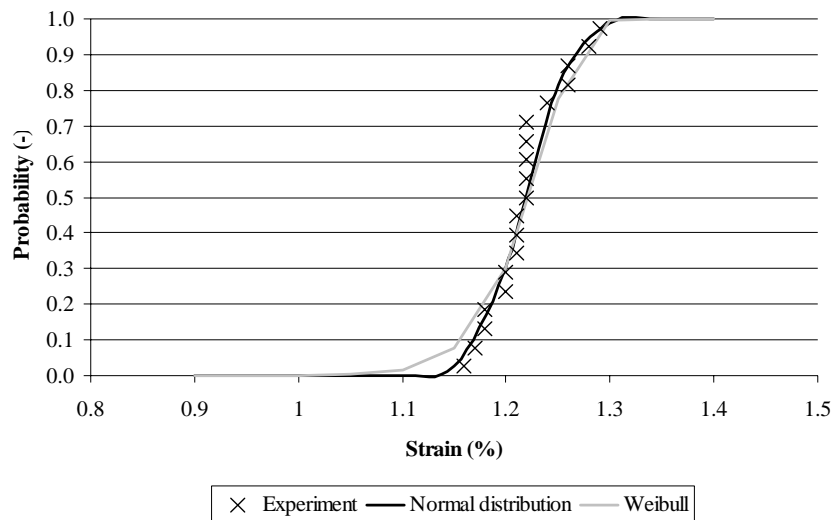
På samma sätt som ovan men med all tillgänglig data bestäms basvärdet för normaldistributionen till 1624 MPa. Form- och skalparametrar för Weibullfördelningen är 25.4 respektive 1903.2. A-värdet för Weibullfördelningen är 1595 MPa, se även Tabell A.2.



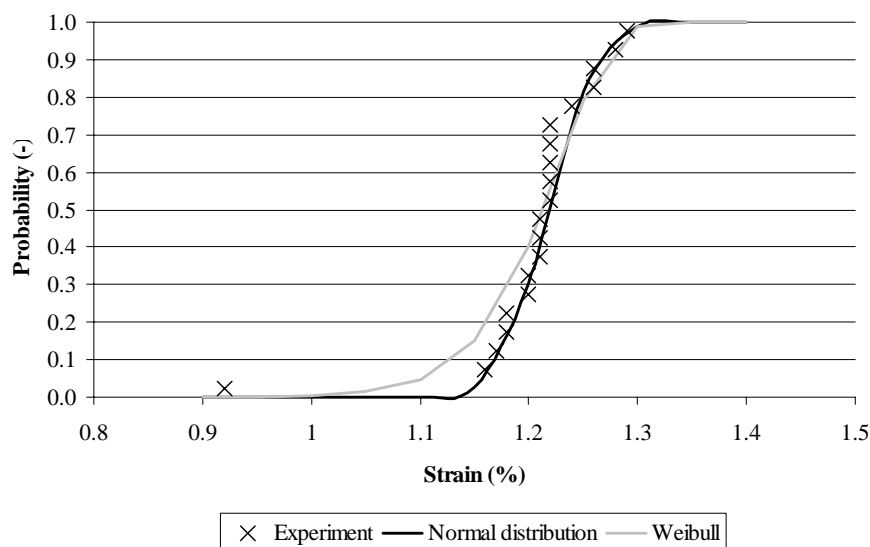
Figur A.12. Normal- och Weibullfördelning jämfört med uppmätt hållfasthet.

Analys av brottöjningen

På motsvarande sätt som för hållfastheten har brottöjningen utvärderats. Resultaten visas i Tabell A.2 och i Figur A.13- A.14.



Figur A.13. Normal- och Weibullfördelning jämfört med uppmätt brotttöjning, uteliggare bortplockade.



Figur A.14. Normal- och Weibullfördelning jämfört med uppmätt hållfasthet.

Utvärdering, diskussion och sammanfattning

Från analysen av mätresultaten bedöms normalfördelningen vara en tillräckligt bra approximering då uteliggare har uteslutits. Även om anledningen till uteliggaren inte har säkerställts rekommenderas dock att detta resultat stryks och materialparametrarna bestäms utifrån resterande försök. I Tabell A.2 redovisas samtliga resultat där värden vilka rekommenderas för dimensioneringsändamål har markerats med fet stil.

Försöken visar att det är stor avvikelse beträffande hållfasthet och brotttöjning mellan försök och av tillverkaren tillhandhållna uppgifter. Anledningen till avvikelsen har inte undersökts närmare. Det är också viktigt att ha i minnet att redovisade försök alla har gjorts på en och samma tillverkningsserie. För en komplett bild av mekaniska egenskaper hos kompositer krävs omfattande försöksserier. Härvid bör då olika typer av produkter från olika leverantörer undersökas. För olika handupplagda system, vilka inte nämnts tidigare, spelar troligtvis även själva handuppläggningsen in på de slutliga egenskaperna. Dock kan det påpekas med bakgrund mot erfarenheter från tidigare försök att brotttöjningen (och hållfastheten) är lägre än de av tillverkarna angivna värden men att styvheten stämmer ganska bra överens, vilket också är fallet med den här redovisade undersökningen.

Tabell A.2. Sammanfattning av statistiskt baserade material data.

<i>Tillverkare: Exel</i>					
<i>Benämning: K-C 040294</i>					
<i>Beskrivning: Pultrudederade 1.6 mm enkelriktade kolfiberlaminat</i>					
<i>Fiberhalt: 65-68 volyms-%</i>					
DRAGFÖRSÖK					
	E-modul (GPa)	Hållfasthet		Brottöjning	
		(MPa) ³	(MPa) ⁴	(%) ³	(%) ⁴
<i>Antal prov</i>	20	20	19	20	19
<i>Normalfördelning:</i>					
<i>Medel</i>	149.9	1860	1884	1.20	1.22
<i>Std avv</i>	2.6	122	61	0.08	0.04
<i>Karakteristiskt l</i>	145	1624	1766	1.06	1.15
<i>Weibullfördelning:</i>					
<i>Formparameter</i>	-	1903	1913	1.23	1.24
<i>Skala parameter</i>	-	25.4	32.5	27.2	34.9
<i>A-Basis value², †</i>	-	1595	1663	1.04	1.04

1. Normalfördelning, $p = 0.05$, konfidensnivå 75%.
2. Normalfördelning, $p = 0.01$, konfidensnivå 95%..
3. Alla mätvärden
4. Exklusive utliggare
- †. Single batch data

- [1] The Composite Materials Handbook-MIL 17: Guidelines for Characterization of Structural Materials, Volume 1. Technomic Publishing Company, Inc. 851 New Holland Avenue, Box 3535, Lancaster, Pennsylvania 17604, USA.
- [2] Dimensionering genom provning, Boverket Handbok, Boverket Publikationsservice, Box 534, 37123 Karlskrona, Sweden, 1994.
- [3] Weibull W. A Statistical Distribution Function of Wide Applicability. Journal of Applied Mechanics, 18:293-305, 1951.

